













සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 විභාග කොටස / විභාග කොටස / විභාග කොටස / විභාග කොටස / විභාග කොටස  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (ප්‍රයෝජනමය) විභාගය, 2011 අගෝස්තු  
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2011 ඔක්තෝබර්  
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August, 2011

සංයුක්ත ගණිතය II  
 இணைந்த கணிதம் II  
 Combined Mathematics II

10 S II

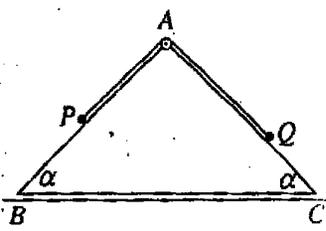
B කොටස

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

11. (a) පහත කණු තුනක් ඉහළම ලක්ෂ්‍ය වන A, B හා C, නිරන්තරව පාදයක දිග a වන සමපාද ත්‍රිකෝණයක ඩිලිට්ටු පිහිටා ඇත. සුළඟක් සහක μ වේගයෙන් AC හි දිශාවට හමා යයි. සුළඟට සාපේක්ෂව v (> u) වේගයක් ඇති කුරුල්ලෙක් AB දිගේ A සිට B දක්වා ද, BC දිගේ B සිට C දක්වා ද පියාඹයි. ගමනේ කොටස් දෙකම සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූප ඛණ්ඩක අදින්න.

එ නමින්, A සිට C දක්වා B හරහා වූ ගමන සඳහා ගතවන මුළු කාලය  $\frac{4a}{u + \sqrt{4v^2 - 3u^2}}$  බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධය 2m වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය මස්සේ යන ABC ත්‍රිකෝණාකාර සිරස් හරස්කඩෙහි A ශීර්ෂයේ දී, කුඩා සුමට තස්පියක් සවිකර ඇත. BC මස්සේ යන මුහුණත අවල සුමට නිරන්තරව මත තබා ඇත. AB සහ AC යනු අදඳ මුහුණතවල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා යැයි ද,  $\hat{A}BC = \hat{A}CB = \alpha$  යැයි ද දී ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා λm (λ > 1) වූ P හා Q සුමට අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිකතා තත්කුටන දෙකෙළවරට ඇද ඇත. තත්කුට තස්පිය මගින් යන අතර, P හා Q අංශු, පිළිවෙළින් AB හා AC මත රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි තත්කුට නොබුරුල්ව පවතින සේ තබා ඇත.

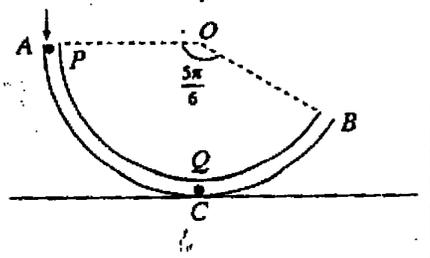


පද්ධතිය නිසලතාවෙන් මුද්‍රා හැරේ. P හා Q අංශු සඳහා පිළිවෙළින් BA හා AC මස්සේ ද, පද්ධතිය සඳහා නිරසව ද, චලිත සමීකරණ ලබා ගන්න.

කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P හා Q අංශු එක එකක ත්වරණයේ විශාලත්වය  $\frac{(\lambda - 1)(\lambda + 3)g \sin \alpha}{(\lambda + 1)[(\lambda + 3) - (\lambda + 1)\cos^2 \alpha]}$  බව පෙන්වන්න.

Q අංශුව C වෙත එළඹෙන විට තත්කුට හදිසියේම කැඩී යයි. P අංශුව තස්පිය වෙත ජනා වි නොමැති බව උපකල්පනය කරමින්, තත්කුට කැඩීයාමෙන් මොහොතකට පසු, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය ලියා දක්වන්න.

12. අරය  $a$  වූ  $q$ , ස්ථිතිය තේන්ද්‍රය වන  $O$  හි  $\frac{5\pi}{6}$  කෝණයක් ආපාතනය කරන්නා වූ  $q$ , වෘත්තාකාර වාපයක හැඩය ඇති සුමට පිහිත්  $ACB$  බවයත්,  $OA$  තිරස්ව  $q$ , බවයෙහි පහළම ලක්ෂ්‍යය වන  $C$ , අවල තිරස් පොළොවක් ස්පර්ශ කරමින්  $q$  සිරස් තලයක, රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි සවිකර ඇත.



ස්කන්ධය  $m$  වූ සුමට  $P$  අංශුවක්  $\sqrt{2ga}$  වේගයෙන්  $A$  කෙළවරේදී බවය තුළට සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි.

$OP$  රේඛාව  $OA$  සමඟ  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) කෝණයක් සාදන විට  $P$  අංශුවෙහි වේගය  $\sqrt{2ga(1+\sin\theta)}$  බව  $q$ ,  $P$  අංශුව මත බවයෙන් ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාවෙහි විශාලත්වය  $mg(2+3\sin\theta)$  බව  $q$  පෙන්වන්න.

$P$  අංශුව  $C$  ලක්ෂ්‍යය වෙත එළඹෙන විට, බවය තුළ  $C$  ලක්ෂ්‍යයෙහි නිසලව ඇති ස්කන්ධය  $m$  වූ සුමට  $Q$  නම් තවත් අංශුවක් හා ගැටෙයි.  $P$  හා  $Q$  අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගතී සංගුණකය  $\frac{1}{2}$  වෙයි. ගැටුමට මොහොතකට පෙර  $P$  අංශුවෙහි වේගය සොයා, ගැටුමට මොහොතකට පසුව  $P$  හා  $Q$  අංශුවල වේග පිළිවෙළින්  $\frac{1}{2}\sqrt{ga}$  හා  $\frac{3}{2}\sqrt{ga}$  බව පෙන්වන්න.

$P$  අංශුව කිසිවිටෙක බවය හැර නොයන බවත්,  $Q$  අංශුව  $\frac{1}{2}\sqrt{5ga}$  වේගය සහිතව  $B$  කෙළවර වෙත එළඹෙන බවත් පෙන්වන්න.

$Q$  අංශුව බවය හැරගිය පසු එය පොළොවෙහි සිට ඉහාවත උසරීම උස සොයන්න.

13. ස්ථානානුකූල දිග  $l$  වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  නම් අංශුවක් ඇඳ ඇත. තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවර තිරස් පොළොවක සිට  $4l$  උසින් පිහිටි අවල  $O$  ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත.  $P$  අංශුව සම්තුලිතතාවෙන් එල්ලෙන විට තන්තුවේ විතනිය  $l$  වේ.

තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය  $mg$  බව පෙන්වන්න.

$P$  අංශුව  $q$  න්  $O$  හි තබා,  $\sqrt{gl}$  වේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි.  $P$  අංශුව  $l$  දුරක් වැටුණු විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

තන්තුවෙහි දිග  $2l + x$  වන විට,  $P$  අංශුව සඳහා වලික සමීකරණය ලියා දක්වා, සුපුරුදු අංකනයෙන්,  $\ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $-l \leq x \leq 2l$  වේ.

ඉහත සමීකරණයෙන්,  $c(>0)$  නියතයක් වන  $\dot{x}^2 = \frac{g}{l}(c^2 - x^2)$  දෙනු ලැබේ යැයි උපකල්පනය කරමින්,  $c$  හි අගය සොයන්න.

$P$  අංශුව පොළොවට එළඹෙන විට ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පැමිණෙන බව පෙන්වා,  $O$  සිට පොළොවට එළඹීමට ගතවන කාලය  $\frac{1}{3}(3\sqrt{3} - 3 + 2\pi)\sqrt{\frac{l}{g}}$  බව පෙන්වන්න.

14. (a)  $a$  හා  $b$  දෛශික දෙකක නිත් ගුණිතය වන  $a \cdot b$  අර්ථ දක්වන්න.

$a, b, c$  හා  $d$  ඕනෑම දෛශික හතරක් සඳහා  $(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + b \cdot c + a \cdot d + b \cdot d$  යැයි උපකල්පනය කරමින්  $|a+b|^2 = |a|^2 + 2(a \cdot b) + |b|^2$  බව පෙන්වන්න.

$|a-b|^2$  සඳහා අනුරූප ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වන්න.

$|a+b|^2 \neq |a-b|^2$  නම්  $a \cdot b = 0$  බව පෙන්වන්න.

එ නමින්, සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ සමාන නම් එය සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

(b)  $A, B, C, D, E$  හා  $F$  යනු පැන්තක දිග මීටර  $2a$  වන සවිධි ඝට්ටුයක වාමාවර්ත අතට ගන්නා ලද ශීර්ෂ වේ. විශාලත්ව නිව්වන  $P, 2P, 3P, 4P, 5P, L, M$  හා  $N$  වන බල පිළිවෙලින්  $AB, CA, FC, DF, ED, BC, FA$  හා  $FE$  දිශේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දක්වෙන දිශා අතට ක්‍රියා කරයි.

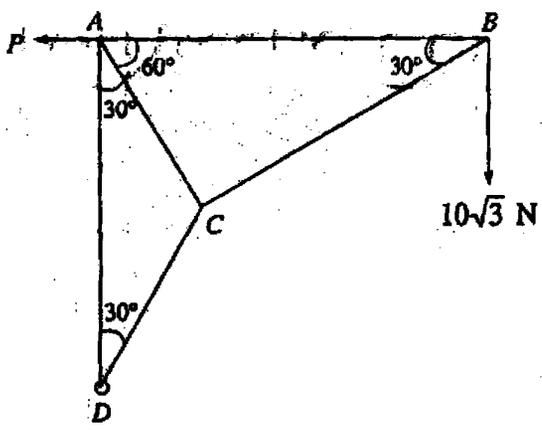
පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවති නම්,  $P$  ඇසුරෙන්  $L, M$  හා  $N$  සොයන්න.

15. (a)  $AB$  හා  $BC$  ඒකාකාර දඬු දෙකක් දිගින් සමාන වේ.  $AB$  හි බර  $2w$  වන අතර  $BC$  හි බර  $w$  වේ. දඬු  $B$  හිදී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය සැහැල්ලු අවිභාජන ආන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත.  $A$  හා  $C$  සුමට නිරස් මේසයක් මත සිටින සේ පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයෙහි සිටුවා ඇත.

$\hat{A}BC = 2\theta$  නම්, තන්තුවේ ආතතිය  $\frac{3}{2}w \tan \theta$  බව පෙන්වන්න.

$B$  හි දී ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා එය ශීර්ෂ සමඟ සාදන කෝණය සොයන්න.

(b)  $AB, BC, CD, DA$  හා  $AC$  සැහැල්ලු දඬු පහක්, රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි රාමුකඩවුවක් සාදන ආකාරයට, ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත.



$\hat{A}BC = \hat{A}DC = \hat{D}AC = 30^\circ$  හා  $\hat{B}AC = 60^\circ$  වේ. රාමුකඩවුව  $D$  හිදී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර,  $B$  හිදී නිව්වන  $10\sqrt{3}$  ක බරක් දරයි.  $AB$  හිරස් වන පරිදි රාමුකඩවුව සිරස් තලයක තබා ඇත්තේ  $A$  හිදී වූ නිව්වන  $P$  හිරස් බලයක් මගිනි.

- (i)  $P$  හි අගය සොයන්න.
- (ii)  $D$  හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
- (iii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් රාමුකඩවුව සඳහා ප්‍රකාශිත රූප සටහනක් ඇඳ, ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහි ප්‍රකාශිත සොයන්න.

16. අරය  $a$  වූ ඒකාකාර සහ අර්ධගෝලාකාර ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත අර්ධගෝලයේ ආධාරකයේ සිට  $\frac{3}{8}a$  දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඒකාකාර සහ අර්ධගෝලාකාර කවචයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර අරයන්  $a$  හා  $b$  ( $> a$ ) වේ. කේන්ද්‍රයේ සිට සමමිතික අක්ෂය දිගේ එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර  $\frac{3(a+b)(a^2+b^2)}{8(a^2+ab+b^2)}$  බව පෙන්වන්න.

ස්වකීය වනු පෘෂ්ඨය තිරස් රේඛා පොළොවක් හා සමාන ලෙස රේඛා පිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ වන පරිදි මෙම අර්ධගෝලාකාර කවචය සමතුලිතතාවේ පවතී.

සමතුලිතතාව සීමාකාරී නම්, තිරස්ව ආධාරකයේ ආනතිය  $\sin^{-1} \left\{ \frac{8\mu b(1+\mu)(a^2+ab+b^2)}{3(1+\mu^2)(a+b)(a^2+b^2)} \right\}$  බව පෙන්වන්න;

මෙහි  $\mu$  යනු කවචය හා රේඛා පෘෂ්ඨ අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.

17.(a) හිස වැටීමේ සම්භාවිතාව  $p$  වූ නැඹුරු කාසියකින් තිමල්, සුනිල් හා පියල් ක්‍රීඩාවක, යෙදෙහි. තිමල්, සුනිල් හා පියල් එම පටිපාටියට මෙම කාසිය උඩ දමති. අගය ලබාගත් පළමුවන නැනැන්කා ක්‍රීඩාව දිනයි. තිමල් ඔහුගේ

(i) දෙවන වාරයේදී,

(ii) තෙවන වාරයේදී

ක්‍රීඩාව දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ඒ තර්කිත අවසානයේදී, තිමල් ක්‍රීඩාව දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

කාසියෙහි හිස වැටීමට වඩා අගය වැටීමට වැඩි භව්‍යතාවක් ඇත්නම්, තිමල්ට ක්‍රීඩාව දිනීම සඳහා 50% ට වඩා, වැඩි ඉඩක් ඇති බව අපේක්ෂා කෙරේ.

(b)  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  නිරීක්ෂණ කුලකයක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින්  $\bar{x}$  හා  $s_x$  වේ.  $a$  හා  $b$  නියත වන  $y_i = a + bx_i$  රේඛීය පරිණාමනය යොදාගෙන,  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  නිරීක්ෂණ කුලකය  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  කුලකයකට පරිණාමනය කර ඇතැයි සිතමු.

$\bar{y} = a + b\bar{x}$  හා  $s_y^2 = b^2 s_x^2$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $\bar{y}$  හා  $s_y$  යනු  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය වේ.

(i)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  නිරීක්ෂණ කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

ඒ තර්කිත,

(α)  $\{2.01, 3.02, 4.03, 5.04, 6.05, 7.06, 8.07\}$  නිරීක්ෂණ කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය,

(β) මධ්‍යන්‍යය 5 හා සම්මත අපගමනය 6 වන අගය හතක්

සොයන්න.

(ii) පුණු, මුද්‍රවල අසුරනු ලබන අතර නිෂ්පාදකයා ඒවා එක එකක 25 kg ක් ඇති බව සඳහන් කරයි. නියම බර නොදන්නා එවැනි මුද්‍ර 80 ක් සඳහා පහත දක්වන තොරතුරු දී ඇත:

$$\sum_{i=1}^{80} (x_i - 25) = 27.2 \text{ හා } \sum_{i=1}^{80} (x_i - 25)^2 = 85.1 ; \text{ මෙහි } x_i (i = 1, 2, \dots, 80) \text{ මගින් } i \text{ වෙනි මුද්‍රේ නියම}$$

බර දක්වේ. සුදුසු රේඛීය පරිණාමනයක් යොදාගෙන හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ මුද්‍ර අසුරෙහි නියම බරෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.