සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

15442

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2011 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2011 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2011

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* A කොටස
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* B කොටස
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ :	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා n^3+5n යන්න 3 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

2. 1, 2, 3 හා 4 සංඛ්‍යාංක යොදාගෙන 2000 හා 4000 අතර සංඛ්‍යා කොපමණ ගණනක්, සංඛ්‍යාංක පුනරාවර්තනයට (i) ඉඩ නැති විට, (ii) ඉඩ ඇති විට, සෑදිය හැකි දැයි සොයන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source : www.pastpaperlk.com
[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය යොදගනිමින්, $\left(1+\sqrt{3}\right)^6+\left(1-\sqrt{3}\right)^6=416$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\left(1+\sqrt{3}\right)^6$ හි පූර්ණ සංඛ්‍යාමය කොටස සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4+3\sin x}-\sqrt{4-3\sin x}}{2x}=\dfrac{3}{4}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

15442

5. $\dfrac{d}{dx}\left\{e^{2x}(A\sin 3x + B\cos 3x)\right\} = 13e^{2x}\sin 3x$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $\int e^{2x}\sin 3x\, dx$ සොයන්න.

'$v+2x+5=0$ සරල රේඛාවට සමාන්තර වූ ද, $(2, 3)$ හා $(-1, 2)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන සරල රේඛාව
: 2 අනුපාතයට බාහිරව බෙදන ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන්නා වූ ද සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

7. වක්‍රයක් $x = 3t,\ y = \dfrac{3}{t}$ මගින් දෙනු ලැබෙයි; මෙහි t යනු නිශ්-ශූන්‍ය පරාමිතියකි. වක්‍රයට, $\left(3t, \dfrac{3}{t}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $x + t^2 y = 6t$ බව පෙන්වන්න.

t විචලනය වන විට, ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හා මෙම ස්පර්ශකය මගින් සපරියන්ත ත්‍රිකෝණාකාර පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය නියතයක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

8. $x + y + 1 = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද, කේන්ද්‍ර y -අක්ෂය මත පිහිටියා වූ ද, එක එකක අරය $\sqrt{2}$ වූ ද වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

9. P ලක්ෂ්‍යයක සිට $x^2+y^2-12x=0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග, P ලක්ෂ්‍යයේ සිට $x^2+y^2-9=0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග මෙන් දෙගුණයකි. P ලක්ෂ්‍යය $x^2+y^2+4x-12=0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

10. ත්‍රිකෝණයක පාද $p-1, p$ හා $p+1$ වෙයි; මෙහි p යනු $p>1$ වන පරිදි වූ තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි. ත්‍රිකෝණයේ විශාලතම කෝණය, කුඩාතම කෝණය මෙන් දෙගුණයක් නම්, **සයින් නියමය** හා **කෝසයින නියමය** යොදගනිමින් p හි අගය සොයන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2011 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2011 ஓகத்து
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2011

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

11. (a) α හා β යනු $ax^2+bx+c=0$, වර්ගජ සමීකරණයේ මූල යැයි ගනිමු; මෙහි a, b හා c යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.

α හා β දෙකම

(i) $b^2-4ac \geq 0$ ම නම් පමණක් තාත්ත්වික,

(ii) $b=0$ හා $ac>0$ ම නම් පමණක් ශුද්ධ අතාත්ත්වික .

බව පෙන්වන්න.

මූල α^2 හා β^2 වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

එක්කෝ α හා β දෙකම තාත්ත්වික, **නැත්නම්** α හා β දෙකම ශුද්ධ අතාත්ත්වික, ම නම් පමණක් මෙම වර්ගජ සමීකරණයේ මූල දෙකම තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x)=x^3-3abx-(a^3+b^3)$ යැයි ගනිමු; මෙහි a හා b යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. $(x-a-b)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න. $f(x)$ හි අනෙක් සාධකය වර්ගජ ආකාරයෙන් සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ, a හා b ප්‍රභින්න නම්, $f(x)=0$ ට තාත්ත්වික මූල එකක් පමණක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

$x^3-9x-12=0$ ට තාත්ත්වික මූල එකක් පමණක් තිබෙන බව **අපෝහනය** කර, එය සොයන්න.

12. (a) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r = \dfrac{1}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)}$ යැයි ගනිමු.

r ඇසුරෙන් $\dfrac{u_{r+1}}{u_r}$ සොයන්න.

ඒ නයින්, $r=1, 2, 3, \ldots$ සඳහා $(2r-1)u_r-(2r+1)u_{r+1}=4u_{r+1}$ බව පෙන්වන්න.

$$\sum_{r=1}^{n} u_r = \frac{1}{12}-\frac{1}{4(2n+1)(2n+3)}$$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b) $y=|2x-8|$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

ඒ නයින්, $y=-|2x-8|$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

$y=4-|2x-8|$ හා $y=|2x-10|$ හි ප්‍රස්තාර, **එකම රූප සටහනක** අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ, $|2x-10|+|2x-8| \leq 4$ අසමානතාව සපුරාලනු ලබන x හි තාත්ත්වික අගය කුලකය සොයන්න.

[අවවන පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 7

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ හා $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $A(\lambda A + \mu I) = I$ වන අයුරින් λ හා μ අගයන් සොයන්න ; මෙහි I යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය වේ.

ඒ නයින්, A^{-1} සොයන්න.

(b) P, Q හා R යනු ආර්ගන් සටහනෙහි පිළිවෙළින් z_0, z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනක් යැයි ගනිමු.

$PQ = PR$ ද, θ යනු PQ සිට PR ට වාමාවර්ත ලෙස මනින ලද කෝණය ද නම් $z_2 - z_0 = (z_1 - z_0)(\cos\theta + i\sin\theta)$ බව පෙන්වන්න.

වාමාවර්ත ලෙස ගන්නා ලද A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය ආර්ගන් සටහනෙහි සමචතුරස්‍රයක් සාදයි. A හා B ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිවෙළින් $1-i$ හා z යැයි ගනිමු. C හා D ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා z ඇසුරෙන් සොයන්න.

$AC = 2$ වන අයුරින් C විචලනය වෙයි නම්, B හි පථය ආර්ගන් සටහනෙහි සොයන්න.

14. (a) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$ යැයි ගනිමු; මෙහි a හා b යනු තාත්ත්වික නියත වේ. $f'(3) = 12$ හා $f''(3) = 18$ යැයි සිතමු; මෙහි f' හා f'' ට සුපුරුදු තේරුම් තිබෙයි.

a හා b හි අගයන් සොයන්න.

a හා b හි මෙම අගයන් සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක්, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් අඳින්න.

ඒ නයින්, $2x^2 + ax + b = \dfrac{3}{x}$ සමීකරණයේ විසඳුම් ගණන සොයන්න.

(b) සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත සංවෘත සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෙට්ටියක් තුනී කාඩ්බෝඩ්වලින් සාද ඇත. පෙට්ටියේ පරිමාව $8192\ \text{cm}^3$ වෙයි. සමචතුරස්‍රාකාර පතුලෙහි පැත්තක දිග $4x$ cm යැයි ගනිමු. අරය x cm වන වෘත්තාකාර සිදුරක් ඉහළ සමචතුරස්‍රාකාර මුහුණතෙන් කපා ඉවත් කර ඇත. සිදුර සහිත පෙට්ටියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වන $A\ \text{cm}^2$ යන්න, $A = (32 - \pi)x^2 + \dfrac{8192}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $x = \dfrac{16}{\sqrt[3]{32 - \pi}}$ වන විට A අවම වන බව පෙන්වන්න.

15. (a) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** යොදගනිමින්, $\int_1^e x^{\frac{3}{2}} \ln x\, dx$ අගයන්න.

(b) $t = \tan x$ යැයි ගනිමු.

$\cos 2x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $\sin 2x = \dfrac{2t}{1+t^2}$ හා $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{4\cos 2x + 3\sin 2x + 5}\, dx = \frac{1}{12}$ බව පෙන්වන්න.

(c) a හා b යනු ප්‍රභින්න තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි ගනිමු.

$x \in \mathbb{R} - \{a, b\}$ සඳහා $\dfrac{1}{(x-a)(x-b)} = \dfrac{A}{x-a} + \dfrac{B}{x-b}$ වන අයුරින් A හා B නියත සොයන්න.

ඉහත සමීකරණයේ x, a හා b සුදුසු ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනය කරමින්, $\dfrac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$ යන්න **භින්න භාග ඇසුරෙන්** ලියා දක්වා, **ඒ නයින්,** $\displaystyle\int \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}\, dx$ සොයන්න.

16. (*a*) $lx + my + 1 = 0$ සරල රේඛා සමඟ සමද්විපාද සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් සාදන ලෙස මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ එකිනෙකට ලම්බව යන සරල රේඛා දෙකෙහි සමීකරණ $(l - m)\,x + (l + m)\,y = 0$ හා $(l + m)\,x - (l - m)\,y = 0$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්තය, $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය, $S = 0$ වෘත්තයෙහි විෂ්කම්භයක කෙළවරවල දී ඡේදනය කරයි නම්, $2g^2 + 2f^2 - c = 2gg' + 2ff' - c'$ බව පෙන්වන්න.

විචල්‍ය වෘත්තයක්, $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 25 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$ වෘත්ත, එක එකක විෂ්කම්භයක කෙළවරවල දී ඒවා ඡේදනය කරයි. විචල්‍ය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $x + 2y + 2 = 0$ සරල රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

17. (*a*) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ සර්වසාම්‍යය යොදාගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ,
$\cos^6\theta + \sin^6\theta = a + b\cos 4\theta$ වන අයුරින් a හා b යන තාත්ත්වික නියත නිර්ණය කරන්න.
ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ,

(i) $y = 8\,(\cos^6 x + \sin^6 x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) $\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{5}{4} + \frac{1}{2}\sin 4x$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(*b*) $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.