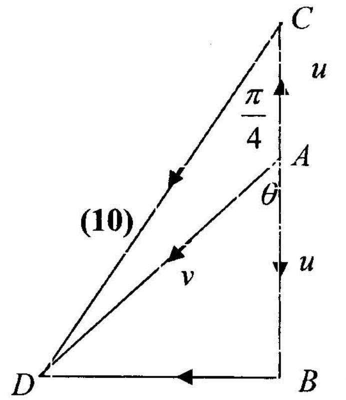
2.2.2. II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුර, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. දකුණු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ u km h^{-1} වේගයෙන් දුවන පිරිමි ළමයෙකුට සුළඟක් බටහිර දිශාවට හමා යනු දැනේ. උතුරු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ එම වේගයෙන්ම ඔහු දුවන විට ඔහුට සුළඟ නිරිත දිශාවට හමා යනු දැනේ. සුළඟේ චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ **එකම රූප සටහනක** අඳින්න.
ඒ නයින්, සුළඟේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න.

v යනු සුළඟේ සත්‍ය වේගය යැයි ද, θ යනු සුළඟේ සත්‍ය දිශාව යැයි ද ගනිමු.



[10]

$$DB = 2u\tan\frac{\pi}{4} = 2u \quad \textbf{(05)}$$

$$v = \sqrt{(2u)^2 + u^2} = \sqrt{5}u\,. \quad \textbf{(05)}$$

$$\tan\theta = \frac{2u}{u} = 2 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}2 \quad \textbf{(05)} \qquad \textbf{[15]}$$

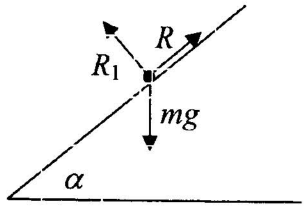
---

1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

බොහෝ අපේක්ෂකයන් ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ නිවැරදිව ඇඳ නොතිබුණි. දිශා ද නිවැරදිව දක්වා නොතිබුණු නිසා අවසාන පිළිතුර කරා ළඟාවීමට නොහැකිවීමෙන් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 30% තරම් පහළ මට්ටමක පැවතුණි. මෙවැනි අභ්‍යාසවලදී දී ඇති තොරතුරු සපුරාලන රූප සටහන නිවැරදිව ඇඳ ගැනීම අත්‍යවශ්‍ය වේ.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව තිරසට α කෝණයකින් ආනත බෑවුමක් දිගේ එහි මුදුනේ සිට නිශ්චලතාවෙන් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් මුදා හැරේ. මුදුනේ සිට d දුරක් පහළට චලනය වීම සඳහා අංශුවට තත්පර එකක් ගතවේ නම්, අංශුවේ චලිතයට එරෙහි ප්‍රතිරෝධය වන R නියතයක් යැයි උපකල්පනය කරමින්, $R = m(g\sin\alpha - 2d)$ බව පෙන්වන්න.
මුදුනේ සිට ගමන් කරන ලද දුර d වන විට, අංශුවේ ප්‍රවේගය ද සොයන්න.



බෑවුම දිගේ පහළට අංශුවේ චලිතය සඳහා $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ යෙදීමෙන්

$mg\sin\alpha - R = mf$ ලැබේ. **(05)** මෙහි f යනු අංශුවේ ත්වරණය වේ.

$$f = g\sin\alpha - \frac{R}{m}$$

බෑවුම දිගේ පහළට අංශුවේ චලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$$d = \frac{1}{2}\left(g\sin\alpha - \frac{R}{m}\right)1^2 \Rightarrow R = m(g\sin\alpha - 2d)$$

(05) **(05)** **[15]**

$$\therefore f = g\sin\alpha - (g\sin\alpha - 2d) = 2d \quad \textbf{(05)}$$

බෑවුම දිගේ පහළට අංශුවේ චලිතය සඳහා $v = u + at$ යෙදීමෙන්

$v = 2d.1 \Rightarrow v = 2d$ ලැබේ. **(05)** **[10]**

---

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

ප්‍රශ්නය ව්‍යූහගත කර ඇති අනුපිළිවෙළට පිළිතුරු සැපයූයේ නම් පිළිතුරට හිමි මුළු ලකුණු ලබා ගැනීමේ පහසුතාව වැඩිවීමට ඉඩ තිබුණි. II පත්‍රයෙහි A කොටසේ පහසුතාව 50% ඉක්මවූ ප්‍රශ්න දෙක අතුරෙන් එක් ප්‍රශ්නයක් මෙය වේ.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. සුමට තිරස් තලයක සිට h උසින් පිහිටි, ස්කන්ධය m වූ සුමට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිශ්චලතාවෙන් වැටෙන අතර තලයේ ගැටී පොලා පනී. ගැටීම නිසා ඇති වන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{mgh}{4}$ වේ නම්, අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. අංශුව $\frac{3h}{4}$ උසකට පොලා පනින බව පෙන්වන්න.

v යනු තලයේ ගැටීමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය යැයි ගනිමු.

එවිට, $v = \sqrt{2gh}$ වේ. **(05)**

තලයේ ගැටීමෙන් මොහොතකට පසු අංශුවේ ප්‍රවේගය ev; **(05)** මෙහි e යනු අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

ගැටීම නිසා ඇතිවන චාලක ශක්ති හානිය $= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(ev)^2$

$$= \frac{1}{2}mv^2(1-e^2) = \frac{mgh}{4}$$

$$\Rightarrow mgh(1-e^2) = \frac{mgh}{4} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \textbf{(05)} \qquad \textbf{[15]}$$

උඩු අතට අංශුවේ චලිතය සඳහා $v^2 = u^2 + 2as$ යෙදීමෙන්

$0 = (ev)^2 - 2gs$; **(05)** මෙහි s යනු අංශුව පොලා පනින උස වේ.

$$s = \frac{(ev)^2}{2g} = \frac{\frac{3gh}{2}}{2g} = \frac{3}{4}h \quad \textbf{(05)} \qquad \textbf{[10]}$$

---

3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

බොහෝ අපේක්ෂකයන් චාලක ශක්ති හානිය නිවැරදිව සොයා එමගින් අංශුව පොලා පනින උස පළමුව ලබාගෙන පසුව ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයා ගෙන තිබිණි. නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමයේ යෙදීම් හා චාලක ශක්ති හානිය ගණනය කිරීම පිළිබඳ නිසි අවබෝධයකින් තොරව පිළිතුරු සපයා තිබූ බැවින්, පිළිතුරු සතුටුදායක මට්ටමක නොපැවතුණි.

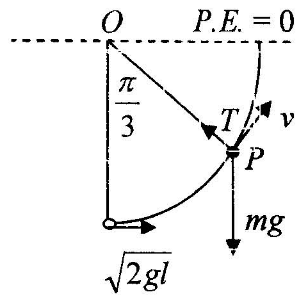
4 වන ප්‍රශ්නය

4. ස්කන්ධය m වූ P නම් අංශුවක් දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O නම් ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. සිරස් තලයක අංශුව නිදහස් ලෙස එල්ලෙමින් පවතින විට සිරස් තලයේ OP ට ලම්බව $\sqrt{2gl}$ ප්‍රවේගයක් අංශුවට දෙනු ලැබෙයි. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යොදගනිමින්, OP යටි අත් සිරස සමග $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන විට P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. මෙම මොහොතේ දී තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3}{2}mg$ බව පෙන්වන්න.

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්

$\frac{1}{2}m(2gl) - mgl = \frac{1}{2}mv^2 - mgl\cos\frac{\pi}{3}$ ලැබේ. **(10)**

$\therefore v = \sqrt{gl}$ **(05)** **(15)**



PO දිගේ අංශුවේ චලිතය සඳහා $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ යෙදීමෙන්

$T - mg\cos\frac{\pi}{3} = \frac{mv^2}{l} = mg$ ලැබේ. **(05)**

$T - \frac{1}{2}mg = mg \quad \because v = \sqrt{gl}$ **(05)**

$T = \frac{3}{2}mg$ **[10]**

---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයන් වැඩි දෙනෙක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. පහසුතාව ද 65%ක් වන, තරමක් ඉහළ මට්ටමක පැවතුණි. II පත්‍රයෙහි A කොටසේ පහසුතාව වැඩිම ප්‍රශ්නය මෙයයි.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}$ වේ; මෙහි $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ට සුපුරුදු අර්ථ ඇත. $\mathbf{b}$ යනු විශාලත්වය $\sqrt{3}$ සහිත දෛශිකයකි. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ නම්, $\mathbf{b}$ යන්න $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, ආකාරයෙන් සොයන්න; මෙහි $x(<0)$ හා y යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$ හා $|\mathbf{b}| = \sqrt{3}$ වේ. **(05)**

$\mathbf{a}.\mathbf{b} = (\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}).(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = x + \sqrt{3}y = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\frac{\pi}{3} = 2.\sqrt{3}.\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3}(1-y)$ වේ.

(05) **(05)**

$x^2 + y^2 = 3(1-y)^2 + y^2 = 3 \Rightarrow 4y^2 - 6y = 0 \Rightarrow y = 0$ හෝ $\frac{3}{2}$ වේ. **(05)**

$y = 0$ විට $x = \sqrt{3}$ වේ.

$y = \frac{3}{2}$ විට $x = \sqrt{3}\left(1 - \frac{3}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ වේ.

එවිට, $\mathbf{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{i} + \frac{3}{2}\mathbf{j}$ වේ. **(05)** **[25]**

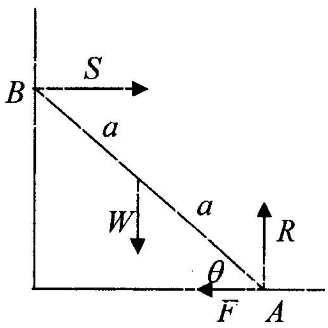
---

5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

සංකේතාත්මකව දෛශික නිරූපණය කිරීම නිවැරදි නොවීම බොහෝ පිළිතුරුවල දක්නට ලැබුණු දුර්වලතාවක් වන අතර දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතයෙහි භාවිත හැකියාව ද ඉතාමත් අඩු මට්ටමක පැවතුණි. මෙම ප්‍රශ්නයට අදාළ සංඛ්‍යාත්මක පිළිතුරුවල සුළු කිරීමේ දුර්වලතා ද දක්නට තිබුණි. මේ හේතු නිසා ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 17%ක තරම් පහළ මට්ටමක පැවතුණි.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. බර W හා දිග $2a$ වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවක් මත ද, B කෙළවර AB අඩංගු සිරස් තලයට ලම්බ සුමට සිරස් තාප්පයකට එරෙහි ව ද සිටින සේ සමතුලිතතාවේ පවතී. දණ්ඩ සහ පොළොව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\sqrt{\frac{3}{2}}$ නම්, දණ්ඩ ලිස්සා යෑමට ආසන්න මොහොතේදී දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය සොයන්න.



තිරස්ව බල විභේදනයෙන් $F = S$ ලැබේ. **(05)**

සිරස්ව බල විභේදනයෙන් $R = W$ ලැබේ. **(05)**

A වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$$Wa\cos\theta = S2a\sin\theta \Rightarrow S = \frac{1}{2}W\cot\theta$$ ලැබේ. **(05)**

$$\frac{F}{R} = \frac{1}{2}\cot\theta \le \mu = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \tan\theta \ge \frac{1}{\sqrt{6}}$$ **(05)**

අවශ්‍ය කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ වේ. **(05)**

[25]

---

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

නිවැරදි රූප සටහනක් ඇඳ ඝර්ෂණ බලයේ දිශාව නිවැරදිව ලකුණු කර නොතිබීම නිසා පිළිතුරු සාර්ථක වී තිබුණේ ඉතා අඩුවෙනි. දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය වන θ දැක්වීමේදී tan θ හි අගය පමණක් දී තිබූ බැවින් සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධි යැයි ගනිමු. $P(A) = 2p$, $P(B) = p^2$ හා $P(C) = 4p - 1$ නම්, p හි අගය සොයන්න.

A, B හා C නිරවශේෂ බැවින් $A \cup B \cup C = \Omega$ වේ.

$P(A \cup B \cup C) = P(\Omega) = 1$ **(05)**

නමුත්, A, B හා C අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර බැවින්

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ වේ. **(05)**

$= 2p + p^2 + 4p - 1 = 1$ **(05)**

එනම්, $p^2 + 6p - 2 = 0 \Rightarrow p = -3 \pm \sqrt{11}$ වේ. **(05)**

p සෘණ විය නොහැකි බැවින් $p = -3 + \sqrt{11}$ වේ. **(05)**

[25]

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

නියැදි අවකාශයට අයත් සිද්ධි සියල්ල සිදුවීමේ සම්භාවිතාව 1 බව නොසැලකීමත් නිරවශේෂ සහ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර යන වචනවල අර්ථ නොදැනීම හෝ ඒ පිළිබඳව සැලකිලිමත් නොවීමත් නිසා බොහෝ දෙනකුට පිළිතුර ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. A, B හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයෙහි ස්වායත්ත සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු
A හා $(B \cup C)$ යනු ස්වායත්ත සිද්ධි බව පෙන්වන්න.

$P\{A \cap (B \cup C)\} = P\{(A \cap B) \cup (A \cap C)\}$ **(05)**

$= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P\{(A \cap B) \cap (A \cap C)\}$ **(05)**

$= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)$

(05)

$= P(A)P(B) + P(A)P(C) - P(A)P(B)P(C)$ A, B හා C ස්වායත්ත සිද්ධි බැවින්

$= P(A)\{P(B) + P(C) - P(B)P(C)\}$

$= P(A)\{P(B) + P(C) - P(B \cap C)\}$ **(05)**

$= P(A)\{P(B \cup C)\}$ **(05)**

එබැවින්, A හා $(B \cup C)$ ස්වායත්ත සිද්ධි වේ. **[25]**

---

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

කුලක ආශ්‍රිත සම්භාවිතාව පිළිබඳ මූලික දැනුම ඉතා අඩු බව දක්නට ඇත. ස්වායත්තතාව පිළිබඳ මූලික ප්‍රමේය සාධනය කිරීමේදී ලබා ගත් දැනුම, වෙනත් අවස්ථාවකට යොදා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. මේ නිසාම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 11%ක තරම් ඉතා අඩු මට්ටමක පැවතුණි.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. නිරීක්ෂණ 100 ක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 30 හා 4.1 ලෙස ගණනය කර ඇත. එක් නිරීක්ෂණයක්, නිවැරදි අගය 30 වෙනුවට 40 සාවද්‍ය ලෙස ලේඛන ගත කර ඇති බව පසුව සොයාගෙන ඇත. නිරීක්ෂණ 100 හි නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ආගණනය කරන්න.

නිවැරදි මුළු එකතුව $= 100 \times 30 - 40 + 30 = 2990$. **(05)**

$\therefore$ නිවැරදි මුළු මධ්‍යන්‍යය $= \dfrac{2990}{100} = 29.9$. **(05)** **[10]**

වර්ගවල නිවැරදි මුළු එකතුව $= 100(4.1^2 + 30^2) - 40^2 + 30^2$ **(05)**

$= 100(16.81 + 900) - 700$

$= 91681 - 700 = 90981$

$\therefore$ නිවැරදි විචලතාව $= \dfrac{90981}{100} - 29.9^2 = 909.81 - 894.01 = 15.8$ **(05)**

$\therefore$ නිවැරදි සම්මත අපගමනය $= \sqrt{15.8} = 3.975$ හෝ 3.97 **(05)** **[15]**

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන් පළමුවන කොටසට සාර්ථක පිළිතුරු දී තිබූ නමුත් දෙවන කොටසේදී සුළු කිරීමේ දුර්වලතා දක්නට ලැබිණි. මේ නිසා සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ආශ්‍රිත සරල ගණනය කිරීමේ භාවිත පිළිබඳ දුෂ්කරතා ද දැකිය හැකිවිය.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. ජ්වකීය සිසුන්ට දෙන ලද පරීක්ෂණයක් සඳහා A හා B පාසල්වල මධ්‍යන්‍ය ලකුණු පිළිවෙළින් 31 හා 45 වෙයි. A පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය 5 වෙයි. ප්‍රතිඵල සැසඳීම සඳහා B පාසලෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය, A පාසලෙහි ඒවාට සමාන ද, B පාසලෙහි ලකුණු 85 පරිණාමනය යටතේ ලකුණු 63 ද වන පරිදි රේඛීය පරිණාමනයක් මඟින් B පාසලෙහි ලකුණු පරිමාණය කෙරේ. රේඛීය පරිණාමනය සොයා, **ඒ නයින්**, B පාසලෙහි ලකුණුවල ව්‍යාප්තියේ මුල් සම්මත අපගමනය සොයන්න.

$y = ax + b$ යනු රේඛීය පරිණාමනය යැයි ගනිමු; මෙහි x යනු මුල් අගය හා y යනු නව අගය වේ.

එවිට, $63 = 85a + b \rightarrow (1)$ ලැබේ. **(05)**

$\bar{y} = a\bar{x} + b \Rightarrow 31 = 45a + b \rightarrow (2)$ **(05)**

$(1) - (2) \Rightarrow 40a = 32 \Rightarrow a = 0.8$

(1) න් $31 = 45 \times 0.8 + b \Rightarrow b = -5$ යැයි ලැබේ.

එබැවින්, රේඛීය පරිණාමනය $y = 0.8x - 5$ වේ. **(05)** **[15]**

---

y හි සම්මත අපගමනය $= a \times x$ හි සම්මත අපගමනය

$\Rightarrow 5 = \frac{4}{5} \times x$ හි සම්මත අපගමනය $\Rightarrow x$ හි සම්මත අපගමනය $= 6.25$

(05) **(05)** **[10]**

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නයට අදාළ සංඛ්‍යානය හා රේඛීය (ඒකජ) පරිණාමන පිළිබඳ දැනුම බහුතරයකට නොතිබිණි. මේ නිසා පහසුතාව 6%කට සීමා වී තිබුණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) P නම් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී ගුරුත්වය යටතේ u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. $\frac{u}{2g}$ කාලයකට පසු, Q නම් තවත් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී ගුරුත්වය යටතේ $v(>u)$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A යනු P අංශුව ළඟා වන ඉහළතම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු A ලක්ෂ්‍යයේදී හමුවෙයි. P හා Q අංශුවල සම්පූර්ණ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර **එකම රූප සටහනක** අඳින්න.

මෙම ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර යොදගෙන

(i) $OA=\frac{u^2}{2g}$ බව,

(ii) $v=\frac{5u}{4}$ හා A ලක්ෂ්‍යයේදී Q අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{3u}{4}$ බව,

(iii) Q අංශුව ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවන විට P අංශුව, O ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිහිටන උස $\frac{7u^2}{32g}$ බව

පෙන්වන්න.

(*b*) ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක් සියලු වේග සඳහා නියතයක් වන R ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තැනිතලා මාර්ගයක ගමන් කෙරේ. එන්ජිමෙහි උපරිම බලය H kW හා තැනිතලා මාර්ගයක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය $v\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ නම්, M, H හා v ඇසුරෙන් R ප්‍රතිරෝධය සොයන්න.

තිරසට α කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ

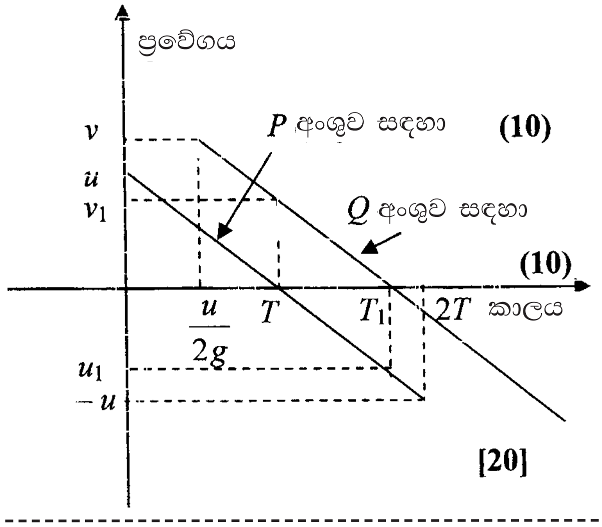
(i) $\frac{v}{3}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ **වේගයෙන් කෙළින්ම ඉහළට,**

(ii) $\frac{v}{2}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ වේගයෙන් කෙළින්ම පහළට

චලනය වන විට M, H, v, g හා α ඇසුරෙන් මෝටර් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.

(ii) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ත්වරණය (i) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ත්වරණය මෙන් දෙගුණයක් නම්, M, H, v හා g ඇසුරෙන් $\sin\alpha$ සොයන්න.

මෙම අවස්ථාවේදී, මෝටර් රථය මාර්ගයේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට එයට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය v ඇසුරෙන් සොයන්න.



(*a*) (i) T යනු අංශුවට A ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමට ගතවන කාලය යැයි ගනිමු.

එවිට, ප්‍රස්තාරයෙන් $T=\frac{u}{g}$ ලැබේ. **(05)**

තවද, ප්‍රස්තාරයෙන්

$OA=\frac{1}{2}uT=\frac{u^2}{2g}$ යැයි ලැබේ.

(05) **[10]**

(ii) v_1 යනු A ලක්ෂ්‍යයේදී Q අංශුවේ ප්‍රවේගය යැයි ගනිමු.

එවිට, Q සඳහා ප්‍රස්තාරයෙන්

$$\frac{v-v_1}{T-\frac{u}{2g}} = g \Rightarrow v_1 = v - g\left(T-\frac{u}{2g}\right) = v-\frac{u}{2} \rightarrow (1) \text{ ලැබේ.}$$

(05) **(05)**

තවද, ප්‍රස්තාරයෙන්

$$\left(\frac{v+v_1}{2}\right)\left(T-\frac{u}{2g}\right) = \frac{u^2}{2g} \Rightarrow v+v_1 = 2u \rightarrow (2) \text{ ලැබේ.}$$

(05) **(05)**

(1) හා (2) න් $v=\frac{5u}{4}$ හා $v_1=\frac{3u}{4}$ ලැබේ.

(05) **(05)** **[30]**

(iii) T_1 යනු Q අංශුව ස්වකීය ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමට ගතවන කාලය ද u_1 යනු මෙම මොහොතේදී P අංශුවේ ප්‍රවේගය යැයි ද ගනිමු.

එවිට, Q සඳහා ප්‍රස්තාරයෙන්

$$T_1-\frac{u}{2g}=\frac{v}{g} \Rightarrow T_1 = \frac{5u}{4g}+\frac{u}{2g}=\frac{7u}{4g} \text{ හා } \frac{u_1}{T_1-T}=-g \Rightarrow u_1 = -\frac{3u}{4} \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05) **(05)**

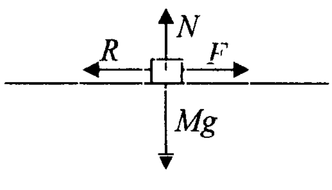
Q අංශුව ස්වකීය ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන විට O ලක්ෂ්‍යයේ සිට P අංශුවේ පිහිටීමට උස h යැයි ගනිමු.

එවිට, ප්‍රස්තාරයෙන්

$$h=\frac{1}{2}\left(u+\frac{3u}{4}\right)(2T-T_1)=\left(\frac{7u}{8}\right)\left(\frac{2u}{g}-\frac{7u}{4g}\right)=\frac{7u^2}{32g} \text{ යැයි ලැබේ.}$$

(05) **(05)** **[20]**

(b) උපරිම වේගයේදී ත්වරණයක් නොමැති අතර මෝටර් රථය මත ක්‍රියා කරන බල සමතුලිතතාවේ පවතී.

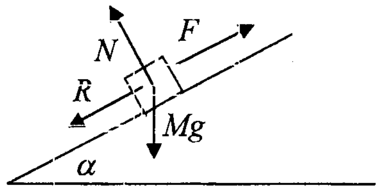


එවිට, $F-R=0$ යැයි ලැබේ. **(05)**

$$Fv = P \Rightarrow Fv = 10^3 H \Rightarrow F = \frac{10^3 H}{v}$$ **(05)**

එබැවින්, $R=\frac{10^3 H}{v}$ ලැබේ. **(05)** **[15]**

(i) සෘජු මාර්ගය දිගේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට මෝටර් රථයේ ත්වරණය a යැයි ගනිමු.



$$F = \frac{10^3 H}{\frac{v}{3}} = \frac{3\times 10^3 H}{v} \quad \textbf{(05)}$$

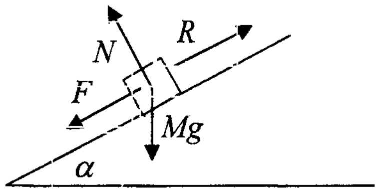
එවිට, $F - Mg\sin\alpha - R = Ma$ ලැබේ. **(05)**

$$\frac{3\times 10^3 H}{v} - Mg\sin\alpha - \frac{10^3 H}{v} = Ma$$

$$a = \frac{2\times 10^3 H}{Mv} - g\sin\alpha \quad \textbf{(05)}$$

[15]

(ii) සෘජු මාර්ගය දිගේ කෙළින්ම පහළට චලනය වන විට මෝටර් රථයේ ත්වරණය a' යැයි ගනිමු.



$$F = \frac{10^3 H}{\frac{v}{2}} = \frac{2\times 10^3 H}{v} \quad \textbf{(05)}$$

එවිට, $F + Mg\sin\alpha - R = Ma'$ ලැබේ. **(05)**

$$\frac{2\times 10^3 H}{v} + Mg\sin\alpha - \frac{10^3 H}{v} = Ma'$$

$$a' = \frac{10^3 H}{Mv} + g\sin\alpha \quad \textbf{(05)}$$

[15]

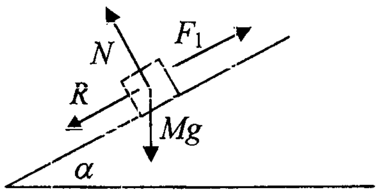
$$a' = 2a \Rightarrow \frac{10^3 H}{Mv} + g\sin\alpha = 2\left(\frac{2\times 10^3 H}{Mv} - g\sin\alpha\right) \Rightarrow \sin\alpha = \frac{10^3 H}{Mgv}$$

(05) **(05)**

[10]

සෘජු මාර්ගය දිගේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය v_1 යැයි ගනිමු.

$$F_1 = \frac{10^3 H}{v_1} \quad \textbf{(05)}$$



උපරිම වේගයේදී ත්වරණයක් නොමැති අතර මෝටර් රථය මත ක්‍රියා කරන බල සමතුලිතතාවේ පවතී.

එවිට, $F_1 - Mg\sin\alpha - R = 0$ යැයි ලැබේ. **(05)**

$$\frac{10^3 H}{v_1} - Mg\left(\frac{10^3 H}{Mgv}\right) - \frac{10^3 H}{v} = 0 \Rightarrow v_1 = \frac{v}{2} \quad \textbf{(05)}$$

[15]

---

12 වන ප්‍රශ්නය

12. (*a*) O ලක්ෂ්‍යයක සිට k උසකින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ තලය මත O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ තිරස් හා සිරස් රේඛා පිළිවෙළින් Ox හා Oy අක්ෂ ලෙස ගනිමින් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක් සලකමු. t කාලයේදී අංශුව (x, y) ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි නම්,

$y = k + x\tan\theta - \dfrac{gx^2\sec^2\theta}{2u^2}$ බව පෙන්වන්න.

h ධන වන $A(0, h)$ ලක්ෂ්‍යයේදී තිරසට α කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් P නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එම මොහොතේදීම $B\left(0, \dfrac{h}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී තිරසට $\beta (>\alpha)$ කෝණයකින් ආනතව w ප්‍රවේගයෙන් Q නම් තවත් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. තිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යයේදී P හා Q අංශු දෙක හමුවෙයි නම්,

$v\cos\alpha = w\cos\beta$ හා $h = 2d(\tan\beta - \tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

අංශු හමුවීමට ගතවන කාලය $\dfrac{h}{2(w\sin\beta - v\sin\alpha)}$ බව ද පෙන්වන්න.

(*b*) තිරස් පොළොවක සිට මීටර 3 ක උසකින් පිහිටි සිවිලිමකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සවිකර ඇති චලනය විය හැකි සැහැල්ලු පුමට P නම් කප්පියක් යටින් ද, සිවිලිමට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් ද යවා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය $M (>m)$ වූ Q නම් අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. චලනය විය හැකි P කප්පිය හා Q අංශුව පොළවේ සිට පිළිවෙළින් මීටර $\frac{1}{2}$ ක හා මීටර 1 ක උසින් ද, කප්පි සමග ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස් සිරස්ව ද පිහිටන විට පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ.

Q අංශුවේ ත්වරණය හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

Q අංශුව තත්පර $\sqrt{\dfrac{4M + m}{(2M - m)g}}$ කාලයකට පසුව පොළවට ළඟා වන බව හා P කප්පිය පොළොවේ සිට මීටර $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3M}{4M + m}$ උසකට ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.

(a) සිරසට $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$y - k = u\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow (1)$ යැයි ලැබේ. **(10)**

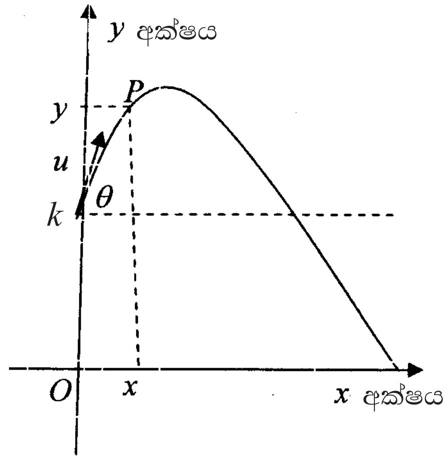
තිරසට $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$x = ut\cos\theta \Rightarrow t = \dfrac{x}{u\cos\theta}$ යැයි ලැබේ. **(05)**

(1) න්

$y - k = x\tan\theta - \dfrac{gx^2\sec^2\theta}{2u^2}$ යැයි ලැබේ. **(05)**

$y = k + \ \tan\theta - \dfrac{gx^2\sec^2\theta}{2u^2}$



[20]

තිරසට P අංශුවේ චලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

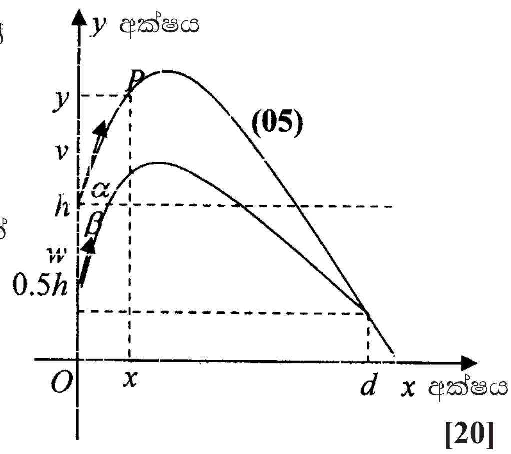
$d = vt_0\cos\alpha \rightarrow (2)$ වේ. **(05)** මෙහි t_0 යනු අංශු දෙක හමුවන කාලය වේ.

තිරසට Q අංශුවේ චලිතය සඳහා $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$d = wt_0\cos\beta \rightarrow (3)$ යැයි ලැබේ. **(05)**

(2) න් (3) න්

$v\cos\alpha = w\cos\beta$ යැයි ලැබේ. **(05)**



[20]

P අංශුව සඳහා පළමුවන කොටසේ දී ලබාගත් ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන්

$y_0 = h + d\tan\alpha - \dfrac{gd^2\sec^2\alpha}{2v^2} \rightarrow (4)$ වේ. **(05)** මෙහි y_0 යනු අංශු දෙක හමුවන විට උස වේ.

Q අංශුව සඳහා පළමුවන කොටසේ දී ලබාගත් ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන්

$y_0 = \dfrac{h}{2} + d\tan\beta - \dfrac{gd^2\sec^2\beta}{2w^2} \rightarrow (5)$ යැයි ලැබේ. **(05)**

(4) හා (5) න් $h + d\tan\alpha = \dfrac{h}{2} + d\tan\beta \Rightarrow h = 2d(\tan\beta - \tan\alpha)$ ලැබේ.

(05) **[15]**

$$d = \frac{h}{2(\tan\beta - \tan\alpha)} = \frac{h\cos\alpha\cos\beta}{2(\sin\beta\cos\alpha - \sin\alpha\cos\beta)} = wt_0\cos\beta \quad \textbf{(05)}$$

එනම්, $$t_0 = \frac{h}{2w\left(\sin\beta - \sin\alpha\left(\dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right)\right)} = \frac{h}{2w\left(\sin\beta - \sin\alpha\left(\dfrac{v}{w}\right)\right)} = \frac{h}{2(w\sin\beta - v\sin\alpha)}$$

(05) **(05)** **[15]**

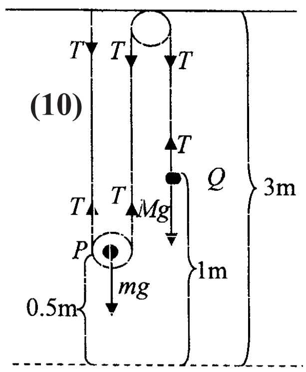
(*b*) a යනු Q අංශුවේ ත්වරණය යැයි ගනිමු.

සිරස්ව පහළට Q අංශුවේ චලිතය සඳහා $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ යෙදීමෙන්

$Mg - T = Ma \rightarrow (1)$ යැයි ලැබේ. **(05)**

සිරස්ව ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ යෙදීමෙන්

$2T - mg = m\dfrac{a}{2} \rightarrow (2)$ යැයි ලැබේ. **(10)**



$(1) \times 2 + (1)$ න් $2Mg - mg = \left(2M + \dfrac{m}{2}\right)a$ යැයි ලැබේ.

එනම්, $a = 2\left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right)g$ ලැබේ. **(05)**

[30]

---

(1) න් $T = Mg - Ma = Mg\left\{1 - 2\left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right)\right\} = \dfrac{3mMg}{4M + m}$ ලැබේ.

(05) **(05)**

[10]

සිරස්ව පහළට Q අංශුවේ චලිතය සඳහා $s = ut + \dfrac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$1 = 0 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2(2M - m)}{4M + m}\right)gt_0^2$ වේ. **(10)** මෙහි t_0 යනු පොළවට ළඟාවීමට අවශ්‍ය කාලය වේ.

$t_0 = \sqrt{\dfrac{4M + m}{(2M - m)g}}$ තත්පර

[10]

---

h_0 යනු t_0 කාලය තුළ P කප්පිය ඉහළ නගින උස යැයි ගනිමු.

සිරස්ව ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා $s = ut + \dfrac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

$h_0 = 0 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right)\left(\dfrac{4M + m}{2M - m}\right) = \dfrac{1}{2}$ මීටර යැයි ලැබේ. **(05)**

v යනු t_0 කාලයේ දී P කප්පියේ ප්‍රවේගය යැයි ගනිමු.

සිරස්ව ඉහළට P කප්පියේ චලිතය සඳහා $v = u + at$ යෙදීමෙන්

$v = 0 + \left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right)g\sqrt{\dfrac{4M + m}{2(M - m)g}} = \sqrt{\left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right)g}$ යැයි ලැබේ.

(05) **(05)**

Q අංශුව පොළවට ළඟා වූ පසු P කප්පිය ඉහළ නගින උස h_1 යැයි ගනිමු.

Q අංශුව පොළවට ළඟා වූ පසු P කප්පියේ චලිතය සඳහා සිරස්ව ඉහළට $v^2 = u^2 + 2as$ යෙදීමෙන්

(05) $0 = \left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right)g - 2gh_1 \Rightarrow h_1 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right)$ යැයි ලැබේ. **(05)**

මුළු උස $= \dfrac{1}{2} + h_0 + h_1 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2M - m}{4M + m}\right) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3M}{4M + m}$ මීටර වේ. **(05)** **[30]**

---

13 වන ප්‍රශ්නය

13. A හා B යනු සුමට තිරස් මේසයක් මත එකිනෙක අතර දුර $8l$ වන ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ස්කන්ධය m වූ P නම් සුමට අංශුවක් A හා B අතර, AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ස්වාභාවික දිග $3l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A ලක්ෂ්‍යයට ද, ස්වාභාවික දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් B ලක්ෂ්‍යයට ද P අංශුව සම්බන්ධ කෙරේ.

P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, $AC = \frac{42}{11}l$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන M ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ. P අංශුව, AB දිගේ A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට තන්තු දෙකෙහි ආතති ලබාගන්න.

$\frac{40}{11}l \leq x \leq 4l$ සඳහා P අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

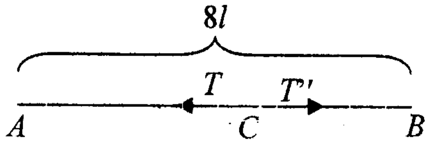
$\ddot{x} + \frac{11\lambda}{6ml}\left(x - \frac{42}{11}l\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

$y = x - \frac{42}{11}l$ යැයි ලිවීමෙන්, $\ddot{y} + \frac{11\lambda}{6ml}y = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, A, B හා ω නියත සොයන්න.

P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{41}{11}l$ දුරින් පිහිටන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන විට AP තන්තුවේ ආතතිය T යැයි ගනිමු.
P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන විට PB තන්තුවේ ආතතිය $T^{'}$ යැයි ගනිමු.
එවිට, හුක්ගේ නියමයෙන්



(05)

$$T=\left(\frac{AC-3l}{3l}\right)4\lambda \quad \text{හා} \quad T'=\left(\frac{8l-AC-2l}{2l}\right)\lambda=\left(\frac{6l-AC}{2l}\right)\lambda$$ යැයි ලැබේ.

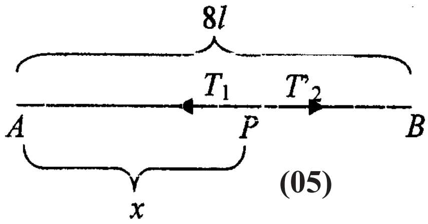
(10) **(10)**

C ලක්ෂ්‍යයේ දී P අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතින බැවින්

$$T=T'\Rightarrow\left(\frac{AC-3l}{3l}\right)4\lambda=\left(\frac{6l-AC}{2l}\right)\lambda\Rightarrow 11AC=42l\Rightarrow AC=\frac{42}{11}l$$ යැයි ලැබේ.

(05) **(05)** **(05)** **[40]**

P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට AP තන්තුවේ ආතතිය T_1 යැයි ගනිමු.
P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට BP තන්තුවේ ආතතිය T_2 යැයි ගනිමු.
එවිට, හුක්ගේ නියමයෙන්



(05)

$$T_1=\left(\frac{x-3l}{3l}\right)4\lambda$$ යැයි ලැබේ. **(05)**

$$T_2=\left(\frac{8l-x-2l}{2l}\right)\lambda=\left(\frac{6l-x}{2l}\right)\lambda$$ **(05)**

AB දිගේ Q අංශුවේ චලිතය සඳහා නිව්ටන්ගේ නියමය යෙදීමෙන්

$T_2-T_1=m\ddot{x}$ යැයි ලැබේ. **(10)**

එනම්, $\left(\frac{6l-x}{2l}\right)\lambda-\left(\frac{x-3l}{3l}\right)4\lambda=m\ddot{x}$ වේ. **(05)**

එනම්, $m\ddot{x}+\frac{\lambda}{l}\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\right)x-7\lambda=0$ වේ. **(05)**

එනම්, $\ddot{x}+\frac{11\lambda}{6ml}x-\frac{7\lambda}{m}=0$ වේ.

එනම්, $\ddot{x}+\frac{11\lambda}{6ml}\left(x-\frac{42}{11}l\right)=0$ වේ. **(05)**

[40]

$y=x-\frac{42}{11}l$ යැයි ගනිමු.

එවිට, $\dot{y}=\dot{x}$ හා $\ddot{y}=\ddot{x}$ වේ. **(05)**

එබැවින්, $\ddot{y}+\frac{11\lambda}{6ml}y=0\rightarrow(1)$ යැයි ලැබේ. **(05)** **[10]**

$y = A\cos\varpi t + B\sin\varpi t \rightarrow (2)$

$\dot{y} = -A\varpi\sin\varpi t + B\varpi\cos\varpi t \rightarrow (3)$

$t=0$ හි දී, $x=4l$ හා $\dot{x}=0$ යන්නෙන් $t=0$ හි දී, $y=\frac{2}{11}l$ හා $\dot{y}=0$ ගම්‍ය වේ. **(05)**

එබැවින්, $(2) \Rightarrow A = \frac{2}{11}l$ හා $(3) \Rightarrow B=0$ වේ.

(05) **(05)**

$\therefore y = \frac{2}{11}l\cos\varpi t \Rightarrow \ddot{y} = -\frac{2}{11}l\varpi^2\cos\varpi t = -\varpi^2 y$ වේ.

මෙය (1) සමඟ සැසඳීමෙන් $\varpi^2 = \frac{11\lambda}{6ml} \Rightarrow \varpi = \sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}$ ලැබේ. **(05)** **[20]**

$-\frac{2}{11}l \le y \le \frac{2}{11}l$ සඳහා $y = \frac{2}{11}l\cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t$ වේ. **(05)**

$\frac{40}{11}l \le x \le 4l$ සඳහා $x = \frac{42}{11}l + \frac{2}{11}l\cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t$ වේ. **(05)**

$x = \frac{41}{11}l$ වන ලක්ෂ්‍යය කරා P අංශුව ළඟාවීමට ගතවන කාලය t_0 යැයි ගනිමු.

එවිට, $\frac{2}{11}\cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t_0 = \frac{41}{11} - \frac{42}{11} \Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t_0 = -\frac{1}{2}$ ලැබේ.

(05) **(05)**

$\Rightarrow \cos\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}t_0 = \frac{2\pi}{3}$ **(05)**

$\frac{40}{11}l \le x \le 4l$ සඳහා $\dot{x} = -\frac{2}{11}l\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)\sin\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t$ වේ. **(05)**

මෙම ලක්ෂ්‍යයේ දී P අංශුවේ ප්‍රවේගය

එවිට, $\dot{x} = -\frac{2}{11}l\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)\sin\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)t_0 = -\frac{2}{11}l\left(\sqrt{\frac{11\lambda}{6ml}}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{\frac{\lambda l}{22m}}$ වේ.

(05) **(05)** **[40]**

---

14 වන ප්‍රශ්නය

14. (*a*) A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යයක් සමග ඒක රේඛීය නොවන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යැයි ගනිමු. D යනු $BD = 2DA$ වන පරිදි AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}(2\mathbf{a}+\mathbf{b})$ බව පෙන්වන්න.

$\overrightarrow{BC} = k\mathbf{a}\ (k > 1)$ හා O, D හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නම්, k හි අගය හා $OD : DC$ අනුපාතය සොයන්න.

$\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

තවද, AC ට සමාන්තරව O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන රේඛාවට E හි දී AB හමුවේ නම්, $6DE = AB$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) Ox හා Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $(\sqrt{3},0)$, $(0,-1)$ හා $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ වෙයි. විශාලත්ව නිව්ටන $6P, 4P, 2P$ හා $2\sqrt{3}P$ වන බල පිළිවෙළින් OA, BC, CA හා BO පාද දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවට ක්‍රියා කරයි. මෙම බලවල සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

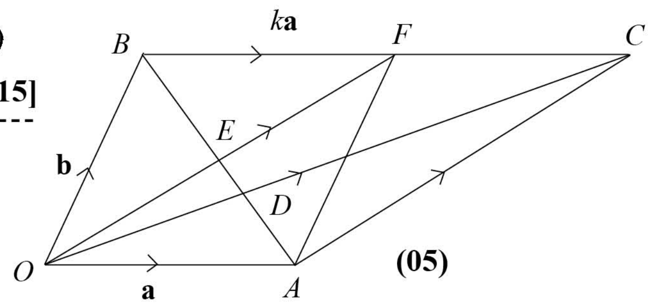
සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව y-අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

ඒ නයින්, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

විශාලත්වය නිව්ටන $6\sqrt{3}P$ වන වෙනත් බලයක් අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවට AB දිගේ, බල පද්ධතියට යොදනු ලැබෙයි. විශාලත්වය නිව්ටන මීටර $10P$ වන යුග්මයකට බල පද්ධතිය ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

(*a*) $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \mathbf{a} + \frac{1}{3}(\mathbf{b}-\mathbf{a}) = \frac{1}{3}(2\mathbf{a}+\mathbf{b})$

(05) **(05)** **[15]**



(05)

$\overrightarrow{OC} = \mathbf{b} + k\mathbf{a}$ **(05)**

O, D හා C ඒකරේඛීය බැවින්

$\overrightarrow{OD} = \lambda\overrightarrow{OC}$ වේ. මෙහි λ පරාමිතියකි.

එනම්, $\frac{1}{3}(2\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \lambda(\mathbf{b}+k\mathbf{a})$ වේ. **(05)**

$(3\lambda k - 2)\mathbf{a} + (3\lambda - 1)\mathbf{b} = \mathbf{0}$

$\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යනු සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් බැවින්

$3\lambda k - 2 = 0$ හා $3\lambda - 1 = 0$ **(05)** $\Rightarrow \lambda = \frac{1}{3}$ **(05)** හා $k = 2$ ලැබේ. **(05)** **[20]**

$\overrightarrow{OD} = \lambda\overrightarrow{OC} \Rightarrow OD = \frac{1}{3}OC \Rightarrow OD = \frac{1}{3}(OD + DC) \Rightarrow 2OD = DC \Rightarrow OD : DC = 1 : 2$

(05) **(05)** **(05)** **[20]**

$\therefore\ \overrightarrow{OC} = \mathbf{b} + 2\mathbf{a}$

$\therefore\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = -\mathbf{a} + (\mathbf{b}+2\mathbf{a}) = \mathbf{a}+\mathbf{b}$ **(05)**

F ලක්ෂ්‍යයේ දී BC හමුවන සේ OE රේඛාව දික් කරන්න.

එවිට, OE යන්න AC ට සමාන්තර බැවින් $OACF$ සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ **(05)**

එබැවින්, $OAFB$ සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

එමනිසා, E යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. **(05)**

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = -\frac{1}{3}(\mathbf{b}-\mathbf{a}) + \frac{1}{2}(\mathbf{b}-\mathbf{a}) = \frac{1}{6}(\mathbf{b}-\mathbf{a})$ **(05)**

$6\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow 6DE = AB$ **[20]**

(*b*) Ox දිගේ බල විභේදනයෙන්

$X = 6P + 4P\cos\frac{\pi}{3} + 2P\cos\frac{\pi}{3} = 9P$ ලැබේ. **(10)**

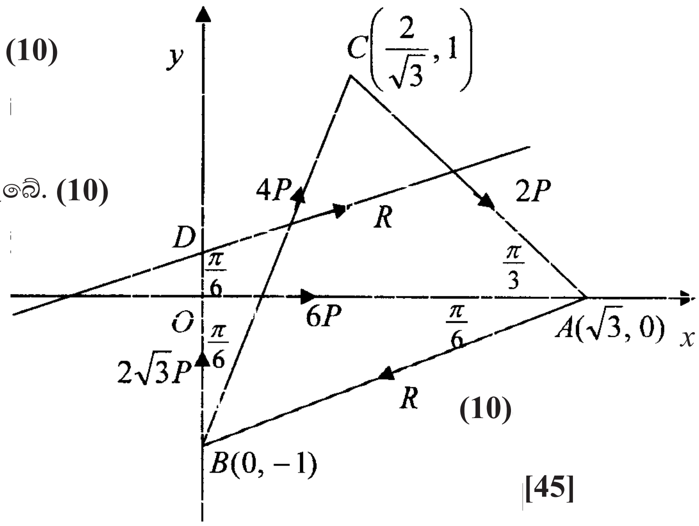
Oy දිගේ බල විභේදනයෙන්

$Y = 2\sqrt{3}P + 4P\sin\frac{\pi}{3} - 2P\sin\frac{\pi}{3} = 3\sqrt{3}P$ ලැබේ. **(10)**

$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{81P + 27P} = 6\sqrt{3P}$ **(05)**

$\tan\theta = \frac{Y}{X} = \frac{3\sqrt{3}P}{9P} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ වේ. **(05)**

$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$ වේ. **(05)**



[45]

$OD = d$ වන සේ D ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ සම්ප්‍රයුක්තය ගමන් කරයි යැයි සිතමු.

D වටා වාමාවර්තව ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$4P\cos\frac{\pi}{3} \times (d+1) + 6P \times d + 2P\cos\frac{\pi}{3} \times d - 2P\sin\frac{\pi}{3} \times \sqrt{3} = 0$ යැයි ලැබේ. **(10)**

$2 \times (d+1) + 6 \times d + 1 \times d - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 0 \Rightarrow d = \frac{1}{9}$ යැයි ලැබේ. **(05)** **[15]**

O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක් අනුබද්ධයෙන් සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් (x, y) යැයි ගනිමු.

එවිට, $\frac{y-d}{x} = \tan\frac{\pi}{6} \Rightarrow y - \frac{1}{9} = \frac{1}{\sqrt{3}}x \Rightarrow 9y - 3\sqrt{3}x - 1 = 0$ වේ. **(05)** **[05]**

පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය හා AB දිගේ යොදන බලය සමාන හා ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.

එබැවින්, පද්ධතිය විශාලත්වය $6\sqrt{3}P \times \left(1 + \frac{1}{9}\right)\sin\frac{\pi}{3} = 10P$ නිව්ටන මීටර වන ඝූර්ණයකට ඌනනය වේ. **(05)** **(05)** **[10]**

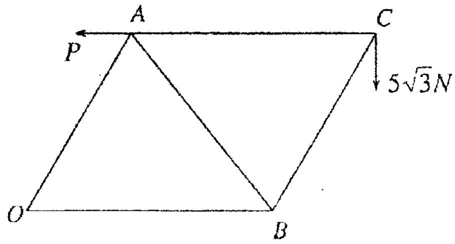
---

15 වන ප්‍රශ්නය

15. (a) එක එකක බර W වන AB හා AC ඒකාකාර සමාන දඬු දෙකක්, A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇති අතර B හා C කෙළවරවල් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර ඇත. එක එකක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට තල දෙකක් මත B හා C කෙළවරවල් පිහිටන සේ දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත; BC තිරස් වන අතර BC ට ඉහළින් A වෙයි. B හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$\tan\theta > 2\tan\alpha$ නම්, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{2}W(\tan\theta - 2\tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $B\hat{A}C = 2\theta$ වේ. A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b) OA, OB, AC, AB හා BC සැහැල්ලු සමාන දඬු පහක්, රූපයේ දක්වෙන පරිදි රාමුකට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට, ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත.



රාමුකට්ටුව O හි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර C හි දී නිව්ටන $5\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. OB තිරස් වන පරිදි A හි දී නිව්ටන් P වන තිරස් බලයක් මගින් රාමුකට්ටුව සිරස් තලයක තබා ඇත.

(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) O හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

(iii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, රාමුකට්ටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහි ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

(a) එක් එක් දණ්ඩේ දිග $2a$ යැයි ගනිමු.

සිරසට බල විභේදනයෙන්

$2R\cos\alpha = 2W \Rightarrow R = W\sec\alpha$ යැයි ලැබේ.

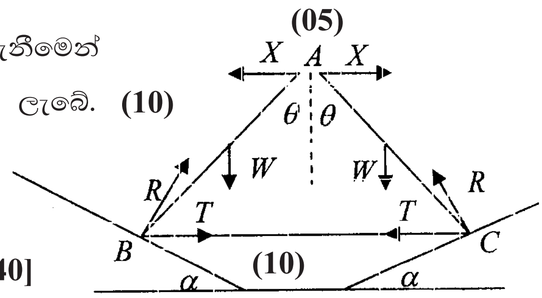
(05) **(05)** **[10]**

AB දණ්ඩේ සමතුලිතතාව සඳහා A වටා වාමාවර්තව සූර්ණ ගැනීමෙන්

$T.2a\cos\theta + R\sin\alpha.2a\cos\theta + Wa\sin\theta - R\cos\alpha.2a\sin\theta = 0$ ලැබේ. **(10)**

$2T + 2W\tan\alpha + W\tan\theta - 2W\tan\theta = 0$ වේ. **(10)**

$T = \frac{W}{2}(\tan\theta - 2\tan\alpha)$ වේ. **(05)** **[40]**



AB දණ්ඩේ සමතුලිතතාව සඳහා B වටා වාමාවර්තව සූර්ණ ගැනීමෙන්

$X.2a\cos\theta - Wa\sin\theta = 0$ ලැබේ. **(05)**

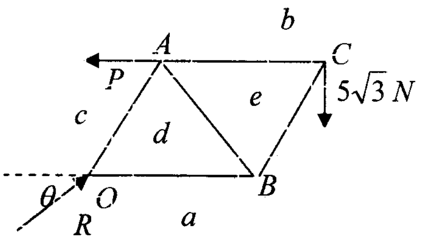
එනම්, $X = \frac{W}{2}\tan\theta$ වේ. **(05)** **[10]**

(b) ඕනෑම දණ්ඩක දිග $2a$ යැයි ගනිමු.

O වටා සූර්ණ ගැනීමෙන්

$P.2a\sin\frac{\pi}{3} - 5\sqrt{3}.\left\{2a + 2a\cos\frac{\pi}{3}\right\} = 0$ ලැබේ. **(05)**

$P = 15\,\text{N}$ වේ. **(05)**



[10]

O හි ප්‍රතික්‍රියාව R යැයි ද, R තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි යැයි ද ගනිමු.

සිරසට බල විභේදනයෙන්

$R\sin\theta = 5\sqrt{3}$ ලැබේ. **(05)**

තිරසට බල විභේදනයෙන්

$R\cos\theta = P = 15$ ලැබේ. **(05)**

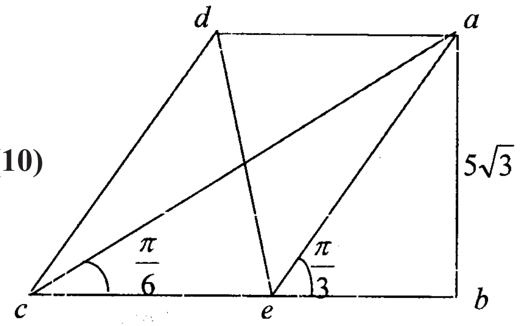
$R = \sqrt{75+225} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ N වේ. **(05)**

$\tan\theta = \frac{5\sqrt{3}}{15} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$ වේ. **(05)** **[20]**

එබැවින්, O හි ප්‍රතික්‍රියාව තිරස සමඟ $\frac{\pi}{6}$ කෝණයක් සාදයි.

ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහන :

(10)



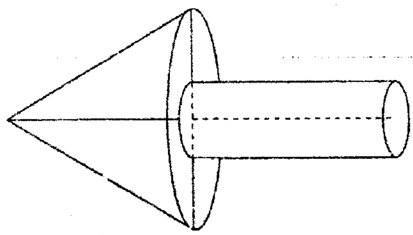
[10]

දණ්ඩ	ප්‍රත්‍යාබලය	විශාලත්වය
OA	තෙරපුම	10 N
OB	තෙරපුම	10 N
AC	ආතතිය	5 N
AB	ආතතිය	10 N
BC	තෙරපුම	10 N

(25) **(25)** **[50]**

16 වන ප්‍රශ්නය

16. උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි එකට සවිකර ඇති ආධාරකයේ අරය $3r$ හා උස h වන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් හා අරය r හා උස $2h$ වන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් ඒකාකාර ඝන සංයුක්ත වස්තුවක් සමන්විත වෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ ශීර්ෂයේ සිට $\frac{5}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

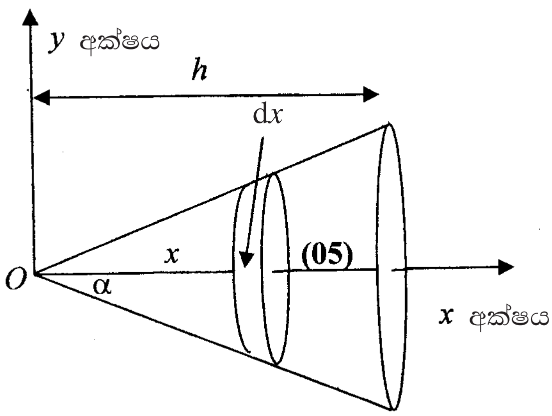
එක කෙළවරක් සිවිලිමකට හා අනෙක් කෙළවර කේතුවේ වෘත්තාකාර පතුලේ පරිධියෙහි A නම් ලක්ෂ්‍යයකට සවිකොට ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් සංයුක්ත වස්තුව සිරස් තලයක නිදහසේ එල්ලෙමින් තිබෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය යටි අත් සිරස සමග α කෝණයක් සාදයි නම්, $\tan\alpha = \frac{12r}{h}$ බව පෙන්වන්න.

කේතුවේ ශීර්ෂයේදී සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය දිගේ P නම් බලයක් යෙදීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය තිරස් වන ආකාරයට සංයුක්ත වස්තුව සමතුලිතතාවේ තැබෙයි. P බලය හා තන්තුවේ ආතතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න; මෙහි W යනු සංයුක්ත වස්තුවේ බර වෙයි.

සමමිතියෙන්, කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි සමමිති අක්ෂය මත පිහිටයි. **(05)**

$\bar{x}$ යනු කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට එහි ශීර්ෂය වන O සිට ඇති දුර යැයි ගනිමු.



කේතුවේ ඝනත්වය ρ යැයි ගනිමු.

$$\frac{1}{3}\pi(h\tan\alpha)^2 h\rho\,\bar{x} \;=\; \int_0^h \pi(x\tan\alpha)^2 x\rho\,\mathrm{d}x \quad \textbf{(15)}$$

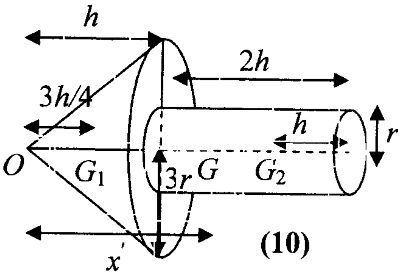
(05)

එනම්, $\frac{1}{3}h^3\,\bar{x} = \int_0^h x^3\mathrm{d}x = \frac{h^4}{4} \;\Rightarrow\; \bar{x} = \frac{3}{4}h$ වේ. **(05)**

එබැවින්, කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත, ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටයි.

(05) [40]

සමමිතියෙන්, ඍජු ඝන වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G_2, එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට $2h$ දුරකින් පිහිටයි. **(05)**



(10)

පළමුවන කොටස අනුව කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G_1, එහි සමමිති අක්ෂය මත කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3}{4}h$ දුරකින් පිහිටයි. **(05)**

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට x' දුරකින් වේ යැයි ගනිමු.

$$\left(\pi r^2(2h)+\frac{1}{3}\pi(3r)^2h\right)\rho x' = \left(\pi r^2(2h)\right)(2h)\rho + \left(\frac{1}{3}\pi(3r)^2h\right)\rho\left(\frac{3h}{4}\right)$$

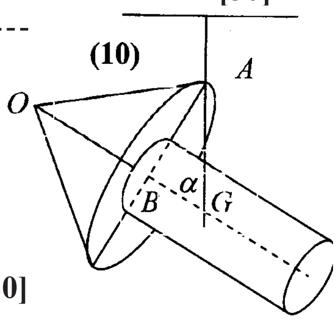
(10) **(05)** **(05)** **(05)** (නිවැරදි සමීකරණයට)

$5x' = 4h + \frac{9}{4}h \Rightarrow x' = \frac{5}{4}h$ **(05)**

[50]

---

(10)



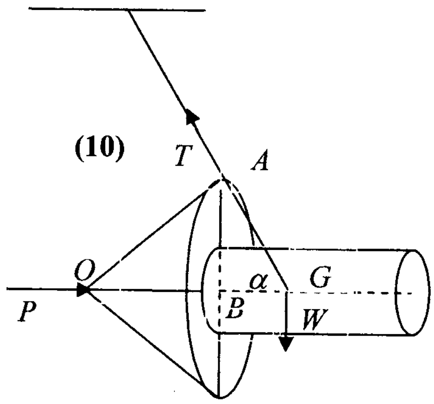
$AB = 3r$ හා $BG = OG - OB = \frac{5h}{4} - h = \frac{h}{4}$ වේ. **(05)**

$\tan\alpha = \frac{AB}{BG} = \frac{12r}{h}$ **(05)**

[20]

---

(10)



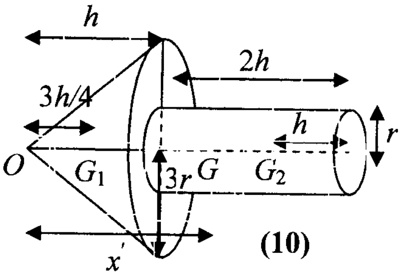
ලාමී ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්

$\frac{P}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)} = \frac{T}{\sin\frac{\pi}{2}} = \frac{W}{\sin(\pi-\alpha)}$ ලැබේ. **(15)**

$\frac{P}{\cos\alpha} = T = \frac{W}{\sin\alpha}$ **(05)**

$P = W\cot\alpha$ **(05)** හා $T = W\operatorname{cosec}\alpha$ වේ. **(05)** **[40]**

සමමිතියෙන්, ඍජු ඝන වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G_2, එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට $2h$ දුරකින් පිහිටයි. **(05)**



(10)

පළමුවන කොටස අනුව කේතුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G_1, එහි සමමිති අක්ෂය මත කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3}{4}h$ දුරකින් පිහිටයි. **(05)**

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ O ශීර්ෂයේ සිට x' දුරකින් වේ යැයි ගනිමු.

$$\left(\pi r^2(2h)+\frac{1}{3}\pi(3r)^2h\right)\rho x'=\left(\pi r^2(2h)\right)(2h)\rho+\left(\frac{1}{3}\pi(3r)^2h\right)\rho\left(\frac{3h}{4}\right)$$

(10) **(05)** **(05)** **(05)** (නිවැරදි සමීකරණයට)

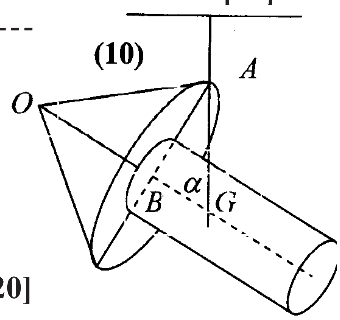
$$5x'=4h+\frac{9}{4}h\Rightarrow x'=\frac{5}{4}h$$ **(05)**

[50]

$AB=3r$ හා $BG=OG-OB=\frac{5h}{4}-h=\frac{h}{4}$ වේ. **(05)**

$\tan\alpha=\frac{AB}{BG}=\frac{12r}{h}$ **(05)**

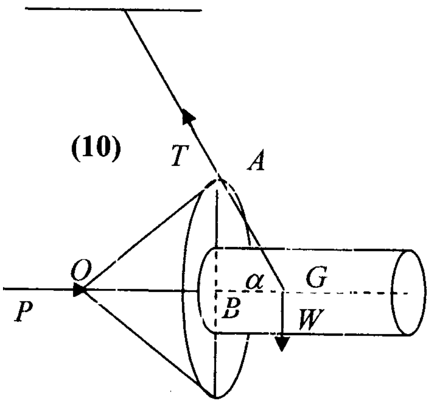
(10)



[20]

---

(10)



ලාමී ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්

$$\frac{P}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}=\frac{T}{\sin\frac{\pi}{2}}=\frac{W}{\sin(\pi-\alpha)}$$ ලැබේ. **(15)**

$$\frac{P}{\cos\alpha}=T=\frac{W}{\sin\alpha}$$ **(05)**

$P=W\cot\alpha$ **(05)** හා $T=W\text{cosec}\alpha$ වේ. **(05)** **[40]**

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) මල්ලක සුදු 5 ක්, කළු 3 ක් හා රතු 7 ක් වශයෙන් සර්වසම බෝල අඩංගු වෙයි. ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව බෝල තුනක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ගනු ලැබේ.

(i) බෝල තුනම කළු වීමේ,

(ii) බෝල තුනෙන් කිසිම බෝලයක් සුදු නොවීමේ,

(iii) යටත් පිරිසෙයින් එක බෝලයක් සුදු වීමේ,

(iv) බෝල වෙනස් වර්ණවලින් යුක්ත වීමේ,

(v) කළු, රතු, ඊළඟට සුදු යන පටිපාටියට බෝල තුන ගැනීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා පන්තියක සිසුන්ට සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙම සිසුන් ලබා ගන්නා ලද ලකුණු පහත දැක්වෙන සමූහිත සංඛ්‍යාත වගුවෙහි දී ඇත:

ලකුණු පරාසය	සිසුන් ගණන
00 – 20	14
20 – 40	f_1
40 – 60	27
60 – 80	f_2
80 –100	15

$20-40$ හා $60-80$ ලකුණු පරාසවල සංඛ්‍යාත, වගුවෙහි දක්නට නොමැත. කෙසේ නමුත්, සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාතය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙළින් 48 හා 50 බව දනී. වගුවේ දක්නට නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක ගණනය කරන්න.

ඒ නයින්, සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටි මුළු සිසුන් ගණන ලබාගන්න.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(*a*) (i) $P(BBB) = P(B)P(B \mid B)P(B \mid BB) = \dfrac{3}{15} \times \dfrac{2}{14} \times \dfrac{1}{13} = \dfrac{1}{455}$

(05) **(10)** **(05)** **[20]**

හෝ $P(BBB) = \dfrac{^{3}C_3}{^{15}C_3} = \dfrac{3!}{15 \times 14 \times 13} = \dfrac{1}{455}$

(10) **(05)** **(05)** **[20]**

(ii) $P(W'W'W') = P(W')P(W' \mid W')P(W' \mid W'W') = \dfrac{10}{15} \times \dfrac{9}{14} \times \dfrac{8}{13} = \dfrac{24}{91}$

(05) **(10)** **(05)** **[20]**

හෝ $P(W'W'W') = \dfrac{^{10}C_3}{^{15}C_3} = \dfrac{10 \times 9 \times 8}{15 \times 14 \times 13} = \dfrac{24}{91}$

(10) **(05)** **[20]**

(iii) P (යටත් පිරිසෙයින් එක බෝලයක් සුදුවීම)

$= 1 - P$ (බෝල තුනෙන් කිසිවක් සුදු නොවීම) **(05)**

$= 1 - \dfrac{24}{91} = \dfrac{67}{91}$

(05) **(05)** **[15]**

(iv) P (බෝල වෙනස් වර්ණවලින් යුක්ත වීම) $\dfrac{^5C_1 \times {^3C_1} \times {^7C_1}}{^{15}C_3} = \left(\dfrac{5 \times 3 \times 7}{15 \times 14 \times 13}\right) 3! = \dfrac{3}{13}$

(05) **(05)** **(05)** **[15]**

(v) $P(BRW) = P(B)P(R \mid B)P(W \mid BR) = \dfrac{3}{15} \times \dfrac{7}{14} \times \dfrac{5}{13} = \dfrac{1}{26}$

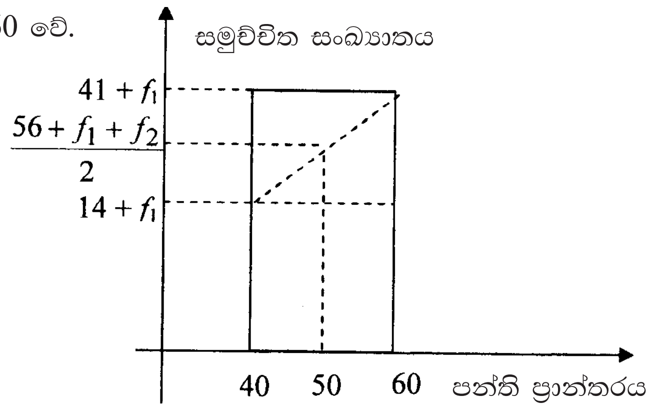
(05) **(05)** **[10]**

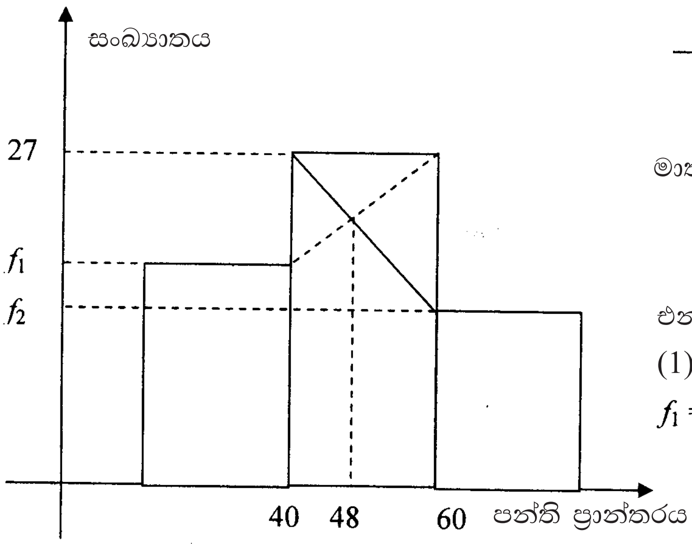
(*b*) මධ්‍යන්‍යය $= 50$ නිසා මධ්‍යස්ථ පන්තිය 40 - 60 වේ.

$14 + f_1 + \dfrac{27}{20} \times 10 = \dfrac{56 + f_1 + f_2}{2}$. **(10)**

$28 + 2f_1 + 27 = 56 + f_1 + f_2$

එනම්, $f_1 - f_2 = 1 \rightarrow (1)$ වේ.





මාතය $= 48$ නිසා මාත පන්තිය 40 - 60 වේ.

$\dfrac{27 - f_1}{27 - f_2} = \dfrac{48 - 40}{60 - 48} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$ **(10)**

එනම්, $3f_1 - 2f_2 = 27 \rightarrow (2)$ වේ.

(1) හා (2) න්

$f_1 = 25$ **(05)** හා $f_2 = 24$ ලැබේ. **(05)**

[30]

සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටි මුළු සිසුන් ගණන

$= 56 + f_1 + f_2 = 56 + 25 + 24 = 105$ වේ. **(05)** **[05]**

පන්ති ප්‍රාන්තරය	මැද අගය (x)	සංඛ්‍යාතය (f)	$d = \dfrac{x-50}{20}$	fd	fd^2
00 - 20	10	14	–2	–28	56
20 - 40	30	25	–1	–25	25
40 - 60	50	27	0	0	0
60 - 80	70	24	1	24	24
80 - 100	90	15	2	30	60
	මුළු ගණන	105		1	165
				(05)	**(05)**

මධ්‍යන්‍යය $= 50 + 20\bar{d} = 50 + 20 \times \dfrac{1}{105} = 50 + \dfrac{4}{21} = 50.19$ වේ. **(05)**

[10]

විචලතාව $= 20^2 \left\{ \dfrac{1}{105} \sum_{i=1}^{5} f_i d_i^2 - \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{5} f_i d_i}{105} \right)^2 \right\} = \left(\dfrac{20}{105} \right)^2 (165 \times 105 - 1) = 17324 \left(\dfrac{4}{21} \right)^2$

(05) **(05)** **(05)**

සම්මත අපගමනය $= \dfrac{4}{21} \sqrt{17324} = \dfrac{4 \times 131.62}{21} = 25.07$ වේ. **(05)**

[25]