

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙල) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2012 அகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශ
 புதிய பாடத்திட்டம்
 New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය II
 இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
 மூன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

විභාග අංකය

උපදෙස් :

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- * B කොටස
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාවට පිටත භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරයාගේ ප්‍රශ්නපත්‍රය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
		එකතුව
II පත්‍රයේ එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ :	1
	2
අධීක්ෂණය	

A කොටස

1. දකුණු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ $u \text{ km h}^{-1}$ වේගයෙන් දුවන පිරිමි ළමයෙකුට සුළඟක් බටහිර දිශාවට හමා යනු දැනේ. උතුරු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ එම වේගයෙන්ම ඔහු දුවන විට ඔහුට සුළඟ නිරිත දිශාවට හමා යනු දැනේ. සුළඟේ වලින සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූප ගටහනක් අඳින්න.

ඒ හරහා, සුළඟේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව නිරසව α කෝණයකින් ආනත බෑවුමක් දිගේ එහි මුදුනේ සිට නිශ්චලතාවෙන් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් මුදුනේ සිට d දුරක් පහළට චලනය වීම සඳහා අංශුවට කන්පර එකක් ගතවේ නම්, අංශුවේ වලිනයට එරෙහි ප්‍රතිරෝධය වන R නියතයක් යැයි උපකල්පනය කරමින්, $R = m(g \sin \alpha - 2d)$ බව පෙන්වන්න.

මුදුනේ සිට ගමන් කරන ලද දුර d වන විට, අංශුවේ ප්‍රවේගය v සොයන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிவுரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரීட்சை, 2012 ஓகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශය
 புதிய பாடத்திட்டம்
 New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය II
 இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

11. (a) P නම් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී ගුරුත්වය යටතේ u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ.

$\frac{u}{2g}$ කාලයකට පසු, Q නම් තවත් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ දී ගුරුත්වය යටතේ $v (> u)$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A යනු P අංශුව ජනා වන ඉහළතම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු A ලක්ෂ්‍යයේදී හමුවෙයි. P හා Q අංශුවල සම්පූර්ණ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර එකම රූප ගතවනක අදින්න.

මෙම ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර යොදාගෙන

(i) $OA = \frac{u^2}{2g}$ බව,

(ii) $v = \frac{5u}{4}$ හා A ලක්ෂ්‍යයේදී Q අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{3u}{4}$ බව,

(iii) Q අංශුව ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවන විට P අංශුව, O ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිහිටන උස $\frac{7u^2}{32g}$ බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක් සියලු වේග සඳහා නියතයක් වන R ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තැනිතලා මාර්ගයක ගමන් කෙරේ. එන්ජිමෙහි උපරිම බලය H kW හා තැනිතලා මාර්ගයක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය v m s⁻¹ නම්, M , H හා v ඇසුරෙන් R ප්‍රතිරෝධය සොයන්න.

තිරසට α කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ

(i) $\frac{v}{3}$ m s⁻¹ වේගයෙන් කෙළින්ම ඉහළට,

(ii) $\frac{v}{2}$ m s⁻¹ වේගයෙන් කෙළින්ම පහළට

චලනය වන විට M , H , v , g හා α ඇසුරෙන් මෝටර් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.

(ii) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ත්වරණය (i) අවස්ථාවේදී මෝටර් රථයේ ත්වරණය මෙන් දෙගුණයක් නම්, M , H , v හා g ඇසුරෙන් $\sin \alpha$ සොයන්න.

මෙම අවස්ථාවේදී, මෝටර් රථය මාර්ගයේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට එයට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය v ඇසුරෙන් සොයන්න.

12. (a) O ලක්ෂ්‍යයක සිට k උසකින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී නිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ තලය මත O ලක්ෂ්‍යය මස්සේ නිරස් හා සිරස් රේඛා පිළිවෙළින් Ox හා Oy අක්ෂ ලෙස ගනිමින් සාප්‍රකෝණාස්‍ර කාර්ටීසියානු බන්ධාන පද්ධතියක් සලකමු. t කාලයේදී අංශුව (x, y) ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි නම්,

$$y = k + x \tan \theta - \frac{gx^2 \sec^2 \theta}{2u^2} \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

h ධන වන $A(0, h)$ ලක්ෂ්‍යයේදී නිරසට α කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් P නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එම මොහොතේදීම $B\left(0, \frac{h}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී නිරසට $\beta (> \alpha)$ කෝණයකින් ආනතව w ප්‍රවේගයෙන් Q නම් තවත් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. නිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යයේදී P හා Q අංශු දෙක හමුවෙයි නම්,

$$v \cos \alpha = w \cos \beta \quad \text{හා} \quad h = 2d(\tan \beta - \tan \alpha) \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{අංශු හමුවීමට ගතවන කාලය} \quad \frac{h}{2(w \sin \beta - v \sin \alpha)} \quad \text{බව ද පෙන්වන්න.}$$

(b) නිරස් පොළොවක සිට මීටර 3 ක උසකින් පිහිටි සිව්ලිමකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සවිතර ඇති වලනය විය හැකි සැහැල්ලු සුමට P නම් කප්පියක් යටින් ද, සිව්ලිමට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් ද යවා ඇත. තන්තුවට අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය $M (> m)$ වූ Q නම් අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. වලනය විය හැකි P කප්පිය හා Q අංශුව පොළවේ සිට පිළිවෙළින් මීටර $\frac{1}{2}$ ක හා මීටර 1 ක උසින් ද, කප්පි සමඟ ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස් සිරස්ව ද පිහිටන විට පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුද හැරේ.

Q අංශුවේ ත්වරණය හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

$$Q \text{ අංශුව තත්පර } \sqrt{\frac{4M+m}{2M-m}} \text{ කාලයකට පසුව පොළවට ළඟා වන බව හා } P \text{ කප්පිය පොළොවේ සිට මීටර } \frac{1}{2} + \frac{3M}{4M+m} \text{ උසකට ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.}$$

13. A හා B යනු සුමට නිරස් මේසයක් මත එකිනෙක අතර දුර $8l$ වන ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ස්කන්ධය m වූ P නම් සුමට අංශුවක් A හා B අතර, AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ස්වාභාවික දිග $3l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A ලක්ෂ්‍යයට ද, ස්වාභාවික දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් B ලක්ෂ්‍යයට ද P අංශුව සම්බන්ධ කෙරේ.

$$P \text{ අංශුව } C \text{ ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, } AC = \frac{4l}{11} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන M ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවෙන් මුද හැරේ. P අංශුව, AB දිගේ A ලක්ෂ්‍යයේ සිට x දුරින් පිහිටන විට තන්තු දෙකෙහි ආතති ලබාගන්න.

$$\frac{40}{11}l \leq x \leq 4l \text{ යඳහා } P \text{ අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දන්වා සුපුරුදු අංකනයෙන්,}$$

$$\ddot{x} + \frac{11\lambda}{6ml} \left(x - \frac{42}{11}l\right) = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$y = x - \frac{42}{11}l \text{ යැයි ලිවීමෙන්, } \ddot{y} + \frac{11\lambda}{6ml} y = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, A, B හා ω නියත සොයන්න.

$$P \text{ අංශුව } A \text{ ලක්ෂ්‍යයේ සිට } \frac{41}{11}l \text{ දුරින් පිහිටන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.}$$

14. (a) A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යයක් සමඟ එක රේඛීය නොවන ප්‍රතින්ත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් a හා b යැයි ගනිමු. D යනු $BD = 2DA$ වන පරිදි AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}(2a + b)$ බව පෙන්වන්න.

$\vec{BC} = ka$ ($k > 1$) හා O, D හා C ලක්ෂ්‍ය එක රේඛීය නම්, k හි අගය හා $OD : DC$ අනුපාතය සොයන්න. a හා b ඇසුරෙන් \vec{AC} ප්‍රකාශ කරන්න.

තවද, AC ට සමාන්තරව O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන රේඛාවට E හි දී AB හමුවේ නම්, $6DE = AB$ බව පෙන්වන්න.

(b) Ox හා Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(\sqrt{3}, 0), (0, -1)$ හා $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1)$ වෙයි. විශාලත්ව නිව්ටන $6P, 4P, 2P$ හා $2\sqrt{3}P$ වන බල පිළිවෙලින් OA, BC, CA හා BO පාද දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දක්වන දිශාවට ක්‍රියා කරයි. මෙම බලවල සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව y -අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

ඒ නගින්න, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

විශාලත්වය නිව්ටන $6\sqrt{3}P$ වන වෙනත් බලයක් අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දක්වන දිශාවට AB දිගේ, බල පද්ධතියට යොදනු ලැබෙයි. විශාලත්වය නිව්ටන මීටර $10P$ වන යුග්මයකට බල පද්ධතිය උනන්දු වන බව පෙන්වන්න.

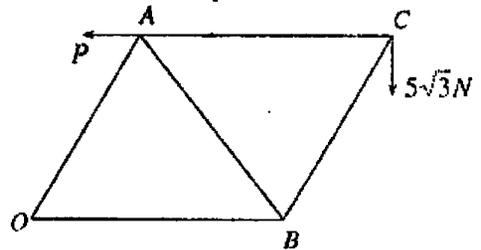
15. (a) එක එකක් බර W වන AB හා AC ඒකාකාර සමාන දඬු දෙකක්, A හි දී සුවල ලෙස සන්ධි කර ඇති අතර B හා C කෙළවරවල් සැහැල්ලු අවිභන්‍ය තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර ඇත. එක එකක් නිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට තල දෙකක් මත B හා C කෙළවරවල් පිහිටන සේ දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත; BC නිරස වන අතර BC ට ඉහළින් A වෙයි. B හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$\tan \theta > 2 \tan \alpha$ නම්, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{2}W(\tan \theta - 2 \tan \alpha)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\angle BAC = 2\theta$ වේ.

A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b) OA, OB, AC, AB හා BC සැහැල්ලු සමාන දඬු පහක්, රූපයේ දක්වන පරිදි රාමුකට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට, ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත.

රාමුකට්ටුව O හි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර C හි දී නිව්ටන $5\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. OB නිරස වන පරිදි A හි දී නිව්ටන P වන නිරස බලයක් මගින් රාමුකට්ටුව සිරස් තලයක තබා ඇත.

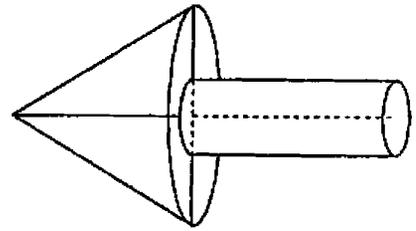


(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) O හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

(iii) බේර් අංකනය යෙදීමෙන්, රාමුකට්ටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දැවමින් දඬු සියල්ලෙහි ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

16. උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දක්වන පරිදි එකට සවිකර ඇති ආධාරකයේ අරය $3r$ හා උස h වන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් හා අරය r හා උස $2h$ වන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් ඒකාකාර ඝන සංයුක්ත වස්තුවක් සමන්විත වෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිති අක්ෂය මත, කේතුවේ ශීර්ෂයේ සිට $\frac{5}{4}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එක කෙළවරක් සිව්ලිම්කට හා අනෙක් කෙළවර කේතුවේ වෘත්තාකාර පතුලේ පරිධියෙහි A නම් ලක්ෂ්‍යයකට සවිකොට ඇති සැහැල්ලු අවිභ්‍රමන තන්තුවක් මගින් සංයුක්ත වස්තුව සිරස් තලයක නිදහසේ ඵලලම්බිත වීයෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය යටි අත් සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදයි නම්, $\tan \alpha = \frac{12r}{h}$ බව පෙන්වන්න.

කේතුවේ ශීර්ෂයේදී සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය දිගේ P නම් බලයක් යෙදීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිති අක්ෂය තිරස් වන ආකාරයට සංයුක්ත වස්තුව සමතුලිතතාවේ තැබෙයි. P බලය හා තන්තුවේ ආතතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න; මෙහි W යනු සංයුක්ත වස්තුවේ බර වෙයි.

17. (a) මල්ලක සුදු 5 ක්, කළු 3 ක් හා රතු 7 ක් වශයෙන් සර්වසම බෝල අඩංගු වෙයි. ප්‍රතිස්ථාපනය රහිතව බෝල තුනක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ගනු ලැබේ.

- (i) බෝල තුනම කළු වීමේ,
- (ii) බෝල තුනෙන් කිසිම බෝලයක් සුදු නොවීමේ,
- (iii) යටත් පිරිසෙයින් එක බෝලයක් සුදු වීමේ,
- (iv) බෝල වෙනස් වර්ණවලින් යුක්ත වීමේ,
- (v) කළු, රතු, ඊළඟට සුදු යන පටිපාටියට බෝල තුන ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්කරා පත්තියක සිසුන්ට සංඛ්‍යාතය ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙම සිසුන් ලබා ගන්නා ලද ලකුණු පහත දක්වන සමූහිත සංඛ්‍යාත වගුවෙහි දී ඇත:

ලකුණු පරාසය	සිසුන් ගණන
00 - 20	14
20 - 40	f_1
40 - 60	27
60 - 80	f_2
80 - 100	15

20-40 හා 60-80 ලකුණු පරාසවල සංඛ්‍යාත, වගුවෙහි දක්නට නොමැත. කෙසේ නමුත්, සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාතය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙළින් 48 හා 50 බව දැනී. වගුවේ දක්නට නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක ගණනය කරන්න.

ඒ නමින්, සංඛ්‍යාතය ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටී මුළු සිසුන් ගණන ලබාගන්න.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.