සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved,

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2012 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා **ඔබේ පිළිතුරු,** සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස, B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලැබූ ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
I පත්‍රයේ එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ : 1	
2	
අධීක්ෂණය	

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** යොදාගෙන, ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා $1+2+\ldots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

2. ADDING යන වචනයේ අකුරු සියල්ලම යොදාගෙන සෑදිය හැකි පිළියෙල කිරීම් ගණන සොයන්න. මෙම පිළියෙල කිරීම්වලින් කොපමණ ගණනක ප්‍රාණාක්ෂර (vowels) වෙන්ව පවතී දැයි සොයන්න.

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

3. p නිශ්ශුන්‍ය නියතයක් වන $(1+px)^{12}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x හි සංගුණකය හා x^2 හි සංගුණකය පිළිවෙළින් $-q$ හා $11q$ නම්, p හා q හි අගයන් සොයන්න.

4. $\lim_{x \to 0} \dfrac{x \sin x}{2\sin^2 3x - x^2 \cos x} = \dfrac{1}{17}$ බව පෙන්වන්න.

5. $2e^{x}+3e^{-x}=A(2e^{x}-e^{-x})+B(2e^{x}+e^{-x})$ වන අයුරින් A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $\int \frac{2e^{x}+3e^{-x}}{2e^{x}+e^{-x}}\,dx$ සොයන්න.

6. l යනු $(4, 0)$ හා $(0, 2)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක් ද, m යනු $(2, 0)$ හා $(0, 3)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක් ද යැයි ගනිමු. l හා m සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න. ඒ නයින්, l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හා මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

7. C නම් වක්‍රයක් $y = 4 - 4x + 3x^2 - x^3$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලැබෙයි. C වක්‍රයට $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම ස්පර්ශකය, $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2 = 4x$ වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

8. $(2, 0)$ හා $(0, 2)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $x^2 + y^2 - 4 + \lambda(x + y - 2) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි λ යනු පරාමිතියකි. මෙම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

[හයවෙනි පිටුව බලන්න.

9. AB විෂ්කම්භයක් සහිත S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න; මෙහි $A = (1, 3)$ හා $B = (2, 4)$ වේ.
තවද, S වෘත්තය ප්‍රලම්බ ලෙස කපන $(-1, 2)$ කේන්ද්‍රය සහිත වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

10. $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ යැයි ගනිමින්, $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. $\tan\left(\frac{23}{12}\pi\right)$ හි අගය **අපෝහනය** කරන්න.

* *

[හත්වැනි පිටුව බලන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2012 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2012 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2012

නව නිර්දේශය
புதிய பாடத்திட்டம்
New Syllabus

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) \equiv x^2 + 2kx + k + 2$ යැයි ගනිමු; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

(i) $f(x)$ යන්න $(x-a)^2 + b$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a හා b යනු k ඇසුරෙන් නිර්ණය කළ යුතු නියත වෙයි.

කලනය භාවිතයෙන් තොරව, $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සොයා මෙම ලක්ෂ්‍යය අවමයක් බව පෙන්වන්න.

$f(x)$ හි අවම අගය k ඇසුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $y = f(x)$ වක්‍රය

(α) $-1 < k < 2$ නම්, x-අක්ෂයට ඉහළින් මුළුමනින්ම පිහිටන බව,

(β) $k = -1$ හෝ $k = 2$ හෝ නම්, x-අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බව,

(γ) $k < -1$ හෝ $k > 2$ හෝ නම්, x-අක්ෂය ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී කපන බව

පෙන්වන්න.

(ii) $k < -2$ ම නම් **පමණක්** m හි සියලු තාත්ත්වික හා පරිමිත අගයන් සඳහා $y = mx$ සරල රේඛාව $y = f(x)$ වක්‍රය තාත්ත්වික හා ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කරන බව සාධනය කරන්න.

(b) $g(x) \equiv x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x + 2$ යැයි ගනිමු.

ශේෂ ප්‍රමේයය නැවත නැවත යොදගනිමින් $(x+1)^2$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

$g(x)$ යන්න $(x-a)^2(x^2+bx+c)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a, b හා c යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වෙයි.

x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සඳහා $g(x) \geq 0$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

12. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $12x^2 + 1 \equiv A(2x-1)^3 + B(2x+1)^3$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r = f(r) - f(r+1)$, වන පරිදි $f(r)$ නිර්ණය කරන්න; මෙහි $u_r = \dfrac{12r^2+1}{(2r-1)^3(2r+1)^3}$ වෙයි.

$\sum_{r=1}^{n} u_r = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2(2n+1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා, $\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) **එකම රූපයක**, $y = |2x-1|$ හා $y = |x| + \frac{5}{3}$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින්, $3|x| \geq |6x-3|-5$ සඳහා වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

ඕනෑම $k \in \mathbb{R}$ සඳහා $y = |x| - k$ හි ප්‍රස්තාරය **එකම රූපයේ සලකමින්**, l හි කවර අගයක් සඳහා $3|x| = |6x-3| + l$ **සමීකරණයට තාත්ත්වික විසඳුම් එකක් පමණක් තිබේ** දැයි සොයන්න.

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ යනු 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු.

$\mathbf{A}^2 - 3\mathbf{A} + 2\mathbf{I} = \mathbf{O}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසය හා $\mathbf{O}$ යනු 2×2 ශුන්‍ය න්‍යාසය වේ.

ඒ නයින්, $\mathbf{A}^{-1}$ සොයන්න.

$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ යනු 2×2 න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු.

$\mathbf{BA} = \mathbf{B}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින්, $\mathbf{BC} = \mathbf{O}$ වන පරිදි $\mathbf{C}$ නම් නිශ්ශුන්‍ය 2×2 න්‍යාසයක් සොයන්න.

(*b*) z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු.

$|z|^2 = z\bar{z}$ හා $|z| \geq \text{Re}\, z$ බව **සාධනය කරන්න.**

ඒ නයින්, ඕනෑම z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් සඳහා $|z_1| - |z_2| \leq |z_1 - z_2|$ බව පෙන්වන්න.

$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$|z - i| < \frac{1}{2}$ නම්, $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$|z - i| \leq \frac{1}{2}$ හා $\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{2\pi}{3}$ සඳහා z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ආර්ගන් සටහනෙහි නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය කුලකය අඩංගු R පෙදෙස අඳුරු කරන්න.

14. (*a*) **පළමු ව්‍යුත්පන්නය පමණක්** සලකමින් $\frac{x^3}{x^4 + 27}$ හි අවම හා උපරිම අගයන් සොයන්න.

$y = \frac{x^3}{x^4 + 27}$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, k හි කවර අගයන් සඳහා $kx^4 - x^3 + 27k = 0$ සමීකරණයට

(i) තාත්ත්වික සමපාත මූල දෙකක් තිබේ දැයි,

(ii) තාත්ත්වික සමපාත මූල තුනක් තිබේ දැයි,

(iii) තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබේ දැයි,

(iv) තාත්ත්වික මූල නොතිබේ දැයි

සොයන්න; මෙහි k තාත්ත්වික වෙයි.

(*b*) $AB = a$ හා $BC = b\ (< a)$ සහිත $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සලකමු. P යනු CD මත විචලනය විය හැකි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. $AP + PB$ හි දිග $L(x)$ වෙයි; මෙහි $DP = x$ වෙයි.

$L(x) = \sqrt{x^2 + b^2} + \sqrt{(a-x)^2 + b^2}$ බව පෙන්වන්න.

$L(x)$ හි අවම දිග හා මෙම අවම දිගට අනුරූප P හි පිහිටුම CD මත සොයන්න.

$L(x)$ හි උපරිම දිග ද සොයන්න.

15. (*a*) $\int_0^{\pi} (\sin^3 x - \cos^3 x)\,dx = \frac{8}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ, $\int x^3 \tan^{-1} x\,dx$ සොයන්න.

(*c*) **භින්න භාග** යොදගනිමින් $\int \frac{2x^2 - 3}{(x-2)^2\,(x^2+1)}\,dx$ සොයන්න.

16. (*a*) සමාන්තර නොවන $l_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $l_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යන සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

$2x - 11y - 10 = 0$ හා $10x + 5y - 2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා දෙක අතර සුළු කෝණයේ සමච්ඡේදකය, $4x - 7y - 8 = 0$ හා $8x + y - 4 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා දෙක අතර මහා කෝණයේ සමච්ඡේදකය ම බව පෙන්වන්න.

(*b*) g හා f හි සියලු අගයන් සඳහා $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - r^2 = 0$ වෘත්තය $x^2 + y^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න.

$y + 5 = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් හා $x^2 + y^2 - 4 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරමින් $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වෘත්ත දෙකක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න.

මෙම වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

17. (*a*) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ බව සාධනය කරන්න.

$a = (b-c)\cos\frac{A}{2}\operatorname{cosec}\frac{B-C}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) θ හි ඕනෑම තාත්ත්වික අගයක් සඳහා $\tan\theta - 2\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ ප්‍රකාශනයට -7 හා 1 අතර කිසිම අගයක් ගත නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(c) $5\cos^2\theta + 18\cos\theta\sin\theta + 29\sin^2\theta$ යන්න, $a + b\cos(2\theta + \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a හා b යනු නියත වන අතර α යනු θ වලින් ස්වායත්ත කෝණයක් වෙයි.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ,

$8(\cos x + \sin x)^2 + 2(\cos x + 5\sin x)^2 = 19$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

* * *