සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2014 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

සංයුක්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවෙනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u වේගයෙන් තිරස සමග $\frac{\pi}{4}$ කෝණයක් සාදන දිශාවකින්, උස a වූ ද O සිට $2a$ තිරස් දුරකින් වූ ද සිරස් තාප්පයක් දෙසට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $u > 2\sqrt{ga}$ නම්, අංශුව තාප්පයට ඉහළින් යන බව පෙන්වන්න.

2. ස්කන්ධය M kg වූ වාහනයක්, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් මගින් එම ස්කන්ධය ම සහිත ට්‍රේලරයක් සෘජු තිරස් පාරක් දිගේ ඇදගෙන යයි. වාහනයේ චලිතයට හා ට්‍රේලරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙළින් නිව්ටන R හා $2R$ වේ. වාහනයේ එන්ජිම P kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් වාහනය $V \text{ m s}^{-1}$ වේගයෙන් චලනය වෙමින් තිබෙන මොහොතේ දී කේබලයේ ආතතිය නිව්ටන $\frac{1}{2}\left(R+\frac{1000P}{V}\right)$ බව පෙන්වන්න.

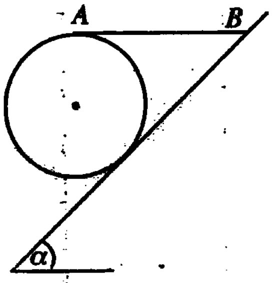
3. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත, u වේගයෙන් සිරස් බිත්තියක් දෙසට, බිත්තියට ලම්බ සරල රේඛාවක චලනය වේ. බිත්තිය සමග ගැටීමට පෙර P අංශුව, එහි පෙතෙහි නිශ්චලව ඇති එම ස්කන්ධය ම සහිත තවත් Q අංශුවක් සමග සරල ලෙස ගැටෙන අතර Q අංශුව ඉන්පසුව බිත්තියේ ගැටී පොලා පනී. ගැටුම් දෙක ම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\ (0 < e < 1)$ වේ. Q අංශුව මත බිත්තියෙන් ඇති කරන ආවේගය $\frac{1}{2}(1+e)^2 mu$ බව පෙන්වන්න.

4. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. O හි නිශ්චලතාවයේ සිට අංශුව ගුරුත්වය යටතේ මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, පසුව සිදු වන චලිතයේ දී තන්තුවේ උපරිම දිග සොයන්න.

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. C යනු $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{OC} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

$A\hat{O}C = \theta$ යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ සැලකීමෙන් $\cos\theta = \frac{4}{5}$ බව පෙන්වන්න.

6. බර W වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ රළු තලයක් මත නිශ්චලව ඇත්තේ, ගෝලයේ උච්චතම ලක්ෂ්‍යය වූ A ට හා ආනත තලයේ B ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කරනු ලැබූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. AB තන්තුව තිරස් ව පවතින විට ගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබේ. ඝර්ෂණ කෝණය $\frac{\alpha}{2}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.



7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්

$P((A \cup B) \cap (A' \cup B')) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$ බව පෙන්වන්න.

8. මල්ලක, ප්‍රමාණයෙන් සමාන වූ රතු බෝල 6 ක් ද සුදු බෝල 4 ක් ද අඩංගු වේ. බෝල තුනක්, වරකට එක බැගින්, ප්‍රතිස්ථාපනයකින් තොරව, සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. දෙවැනි බෝලය සුදු එකක් බව දී ඇති විට, තුන්වැනි බෝලය රතු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. නිරීක්ෂණ පහක මධ්‍යන්‍යය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙළින් 7 හා 9 වේ. නිරීක්ෂණවල එක ම මාතය 11 වේ. නිරීක්ෂණ සියල්ල ධන නිඛිල වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, වැඩිතම නිරීක්ෂණය හා අඩුතම නිරීක්ෂණය අපෝහනය කරන්න.

10. පහත දැක්වෙන නිරීක්ෂණ 100 ක සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය 31.8 වේ.

5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55
16	x	30	y	20

x හා y හි අගයන් සොයා, ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය නිමානය කරන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2014 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත අවල සුමට තලයක වූ O ලක්ෂ්‍යයක P හා Q අංශු දෙකක් තබා ඇත. O හරහා වූ උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ උඩු අතට P අංශුවට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර, එම මොහොතේ ම, Q අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශු දෙක ආනත තලය හැර නොයන බව උපකල්පනය කරමින්, P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන්, P අංශුව O ලක්ෂ්‍යයට නැවත පැමිණෙන මොහොතේ දී Q අංශුව O සිට $\dfrac{2u^2}{g\sin\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

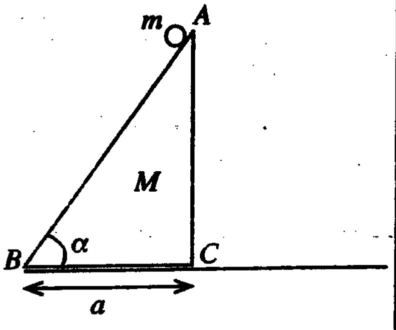
(*b*) සෘජු සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක් $\mathbf{u}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගලා බසී. A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක එකක් එක් ඉවුරක ද අනෙක අනෙක් ඉවුරේ ද පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{AB}$ යන්න $\mathbf{u}$ සමග α සුළු කෝණයක් සාදන පරිදි ය. පිරිමි ළමයෙක් A වලින් ආරම්භ කර, ජලයට සාපේක්ෂ ව අවල දිශාවකට විශාලත්වය $2u$ වූ නියත ප්‍රවේගයකින් පිහිනමින්, B වෙත ළඟා වෙයි; මෙහි $u=|\mathbf{u}|$ වේ. ඔහු ඉන්පසු, B වලින් ආරම්භ කර A වෙත ආපසු පැමිණෙන පරිදි ජලයට සාපේක්ෂ ව අවල දිශාවකට එම $2u$ විශාලත්වය ම සහිත ප්‍රවේගයකින් පිහිනයි. A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

ඒ නයින්, A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ජලයට සාපේක්ෂ ව ඔහුගේ ප්‍රවේගය පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BA}$ සමග එක ම θ කෝණයක් සෑදිය යුතු බව පෙන්වන්න; මෙහි $\sin\theta=\dfrac{1}{2}\sin\alpha$ වේ.

B සිට A දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය, A සිට B දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය මෙන් $k\,(1<k<3)$ ගුණයක් නම්, $\cos\theta=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{k+1}{k-1}\right)\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

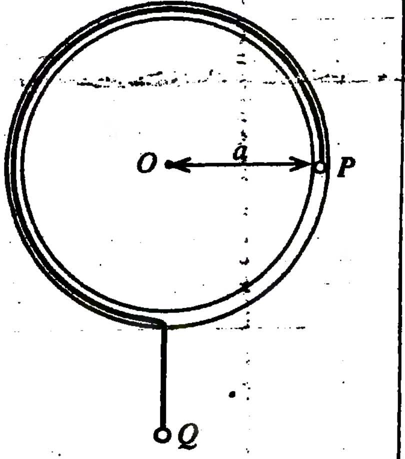
$\sin\theta$ හා $\cos\theta$ සඳහා වූ ඉහත ප්‍රකාශන භාවිතයෙන් $\cos\alpha=\dfrac{(k-1)}{2}\sqrt{\dfrac{3}{k}}$ බව ද පෙන්වන්න.

12. (*a*) දී ඇති රූප සටහනෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $A\hat{B}C=\alpha,\ A\hat{C}B=\dfrac{\pi}{2}$ හා $BC=a$ වේ. සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත BC අයත් මුහුණත ඇතිව කුඤ්ඤය තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් AB රේඛාව මත A ලක්ෂ්‍යයෙහි සීරුවෙන් තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන තෙක්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ව අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න.



දැන්, $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$ හා $M=\dfrac{5m}{2}$ යැයි සිතමු. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන මොහොතේ දී කුඤ්ඤයේ වේගය $\sqrt{\dfrac{2ag}{21}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වූ සිහින් සුමට වෘත්තාකාර නළයක් සිරස් තලයක සවිකර ඇත. දිග $\frac{3\pi a}{2}$ ට වඩා වැඩි සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක්, OP තිරස් ව ඇතිව නළය තුළ අල්වා තැබූ, ස්කන්ධය m වන P අංශුවකට ඇඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි තන්තුව නළය තුළින් ද නළයේ පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ ඇති කුඩා සුමට සිදුරක් තුළින් ද යමින් අනෙක් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවක් දරා සිටියි. තන්තුව තදව ඇතිව ඉහත පිහිටීමෙන් P අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් $\theta\left(0 < \theta < \frac{3\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් OP හැරී ඇති විට P අංශුවේ වේගය v යන්න $v^2 = \frac{2ga}{3}(2\theta - \sin\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, P අංශුව මත නළයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



13. ස්වාභාවික දිග $4a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $8mg$ වූ සිහින් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ දුන්නක්, එහි පහළ කෙළවර O අචල වන සේ සිරස් ව සිටුවා ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එහි ඉහළ කෙළවරට ඇඳා තිබේ. P අංශුව O ට සිරස් ව ඉහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යයක සමතුලිත ව ඇත. $OA = \frac{7a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, එම m ස්කන්ධය ම සහිත තවත් Q අංශුවක් P ට සිරුවෙන් ඇඳනු ලබන අතර සංයුක්ත අංශුව A හි නිශ්චලතාවයේ සිට චලිතය ආරම්භ කරයි. සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\frac{g}{a}x$ බව පෙන්වන්න; මෙහි x යනු $OB = 3a$ වන පරිදි O ට සිරස් ව ඉහළින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයේ සිට සංයුක්ත අංශුවේ විස්ථාපනය වේ.

සංයුක්ත අංශුව ළඟා වන පහළ ම ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. OC දිග ද A සිට C දක්වා චලනය වීමට සංයුක්ත අංශුව ගන්නා කාලය ද සොයන්න.

සංයුක්ත අංශුව C හි ඇති මොහොතේ දී Q අංශුව සිරුවෙන් ඉවත් කරනු ලැබේ. පසුව සිදුවන P අංශුවේ චලිතය සඳහා චලිත සමීකරණය $\ddot{y} = -\frac{2g}{a}y$ බව පෙන්වන්න; මෙහි y යනු A ලක්ෂ්‍යයේ සිට P අංශුවේ විස්ථාපනය වේ.

මෙම සමීකරණයට $y = \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් α, β හා ω නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, C සිට D දක්වා චලනය වීමට P අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2a}{g}}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි D යනු $OD = 4a$ වන පරිදි O ට සිරස් ව ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. D වෙත ළඟා වන විට P අංශුවේ වේගය ද සොයන්න.

14. (a) $ABCD$ යනු $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ වන පරිදි වූ ත්‍රපීසියමක් යැයි ගනිමු. තව ද $\overrightarrow{AB} = \mathbf{p}$ හා $\overrightarrow{AD} = \mathbf{q}$ යැයි ද ගනිමු. $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන පරිදි BC මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි. AE හා BD වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන F මගින් $\overrightarrow{BF} = \lambda\overrightarrow{BD}$ යන්න සපුරාලයි; මෙහි $\lambda(0 < \lambda < 1)$ නියතයකි. $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{6}\mathbf{p} + \frac{1}{3}\mathbf{q}$ බව හා $\overrightarrow{AF} = (1-\lambda)\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, λ හි අගය සොයන්න.

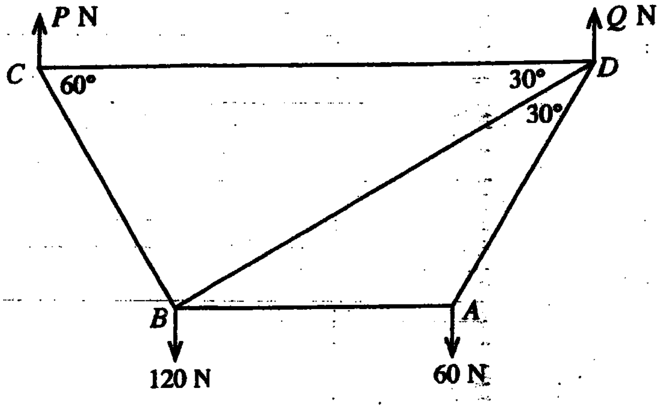
(b) $ABCD$ යනු පැත්තක දිග මීටර a වූ සමචතුරස්‍රයක් යැයි ගනිමු. විශාලත්ව නිව්ටන $4, 6\sqrt{2}, 8, 10, X$ හා Y වූ බල පිළිවෙළින් AD, CD, AC, BD, AB හා CB දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය $\overrightarrow{OE}$ දිගේ ක්‍රියාකරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට ඌනනය වේ; මෙහි O හා E යනු පිළිවෙළින් AC හා CD වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. X හා Y හි අගයන් සොයා, සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිව්ටන $4K$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $K = 2 - \sqrt{2}$ වේ.

F යනු $OAFD$ සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. ඉහත බල පද්ධතියට තුල්‍ය වන, එකක් $\overrightarrow{AD}$ දිගේ ද අනෙක F ලක්ෂ්‍යය හරහා ද වන, **බල දෙක** සොයන්න.

බල පිහිටන තලයේ $ABCD$ අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය නිව්ටන මීටර $6Ka$ වන බල යුග්මයක් මුල් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

15. (*a*) ඒකක දිගක බර w බැගින් වූ ද $AB = AD = l\sqrt{3}$ හා $BC = DC = l$ වූ ද AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දඬු හතරක් $ABCD$ රාමු සැකිල්ලක් සාදන පරිදි, ඒවායේ කෙළවරවලින් සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. දිග $2l$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් A හා C සන්ධි සම්බන්ධ කර ඇත. රාමු සැකිල්ල A සන්ධියෙන් එල්ලනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිත ව එල්ලෙයි. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{wl}{4}(5+\sqrt{3})$ බව පෙන්වන්න.

(*b*)



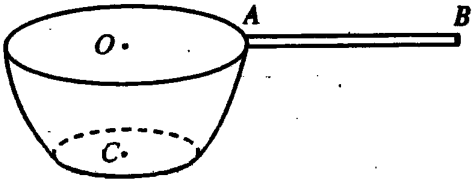
අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, AD, BC, BD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහක රාමු සැකිල්ලක් දී ඇති රූපයෙන් නිරූපණය වේ. A හා B හි දී පිළිවෙළින් 60 N හා 120 N භාර දරන අතර AB හා CD දඬු තිරස් ව ඇතිව රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ පිළිවෙළින් C හා D හි දී යෙදූ P N හා Q N සිරස් බල දෙකක් මගිනි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬු පහේ ම ප්‍රත්‍යාබල, ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරමින්, සොයන්න.

16. අරය a හා පෘෂ්ඨික ඝනත්වය σ වූ ඒකාකාර කුහර අර්ධගෝලීය කබොලක් එහි වෘත්තාකාර ගැටියෙහි තලයට සමාන්තර වූ ද O කේන්ද්‍රයේ සිට $a\cos\alpha$ දුරකින් වූ ද තලයකින් කැපූ විට ලැබෙන ඡින්නකයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය OC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන බව අනුකලනයෙන් පෙන්වන්න; මෙහි C යනු කුඩා වෘත්තාකාර ගැටියෙහි කේන්ද්‍රය වේ.

එම σ පෘෂ්ඨික ඝනත්වය ම සහිත අරය $a\sin\alpha$ වූ තුනී ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක දාරය ඉහත ඡින්නකයේ කුඩා වෘත්තාකර ගැටියට දෘඪ ලෙස සවිකර භාජනයක් සාදා ඇත. මෙම භාජනයෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, OC මත O සිට $\left(\frac{1+\cos\alpha-\cos^2\alpha}{1+2\cos\alpha-\cos^2\alpha}\right)a\cos\alpha$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$\alpha = \frac{\pi}{3}$ යැයි ද භාජනයෙහි බර W යැයි ද ගනිමු. දිග b හා බර $\frac{W}{4}$ වූ සිහින් ඒකාකාර AB දණ්ඩක් මිටක් ලෙස, O, A හා B ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය වන පරිදි, රූපයේ දැක්වෙන අයුරින් භාජනයේ ගැටියට දෘඪ ලෙස සවිකර සාස්පානක් සාදා ඇත. සාස්පානෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.



සාස්පාන, මිටෙහි B කෙළවරෙන් නිදහසේ එල්ලා ඇති අතර, මිට යටි අත් සිරස සමග $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$ කෝණයක් සාදමින් සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. $3b = 4a$ බව පෙන්වන්න.

[දහවෙනි පිටුව බලන්න.

17. (a) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක $P(B) > 0$ වන සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. B දී ඇතිවිට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වූ $P(A|B)$ අර්ථ දක්වන්න.

$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $0 < P(B) < 1$ වන අතර B' මගින් B හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ.

විශාල සමාගමක සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 80% ක් පිරිමි වන අතර 20% ක් ගැහැණු වේ. සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 57% කගේ ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වන අතර 32% කගේ එම සුදුසුකම අ.පො.ස. (උ.පෙළ) වේ. අනික් සියලු ම සේවා නියුක්තිකයෝ උපාධිධාරීහු වෙති. මෙම සමාගමේ ගැහැණු සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් 40% කගේ ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වන අතර 45% කගේ එම සුදුසුකම අ.පො.ස. (උ.පෙළ) වේ. සමාගමේ සේවා නියුක්තිකයන්ගෙන් එක් අයකු සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනු ලැබේ. එසේ තෝරාගනු ලැබූ සේවා නියුක්තිකයා,

(i) ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වූ ගැහැණු කෙනකු වීම,

(ii) ඉහළ ම අධ්‍යාපන සුදුසුකම අ.පො.ස. (සා.පෙළ) වූ පිරිමි කෙනකු වීම,

(iii) පිරිමි කෙනකු බව දී ඇති විට, එම සේවා නියුක්තිකයා උපාධිධාරියකු වීම,

(iv) උපාධිධාරියකු නොවන බව දී ඇති විට එම සේවා නියුක්තිකයා ගැහැණු කෙනකු වීම,

යන සිද්ධීන් එක එකෙහි සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ යන දත්ත කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් $\bar{x}$ හා σ_x^2 යැයි ගනිමු.

(i) $\sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) α හා β තාත්ත්වික නියත යැයි ගනිමු. $\sum_{i=1}^{n}(\alpha x_i + \beta)^2 = n\alpha^2\sigma_x^2 + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2$ බව පෙන්වන්න.

$i = 1, 2, \ldots, n$ සඳහා $y_i = \alpha x_i + \beta$ යැයි ගනිමු. $\bar{y} = \alpha\bar{x} + \beta$ බව පෙන්වා, ඉහත (i) හා (ii) භාවිතයෙන් $\sigma_y^2 = \alpha^2\sigma_x^2$ බව **අපෝහනය** කරන්න; මෙහි $\bar{y}$ හා σ_y^2 යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව වේ.

එක්තරා විභාගයක දී අපේක්ෂකයින් ලබා ගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 45 ක් වේ. මෙම ලකුණු, මධ්‍යන්‍යය 50 ක් හා සම්මත අපගමනය 15 ක් වන පරිදි ඒකජ ලෙස පරිමාණගත කළ යුතුව ඇත. පරිමාණගත ලකුණ වන 68 යන්නට අනුරූප මුල් ලකුණ 60 බව දී ඇත. මුල් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

අපේක්ෂකයකු ලබා ගත් මුල් ලකුණ වූ m, ඉහත පරිමාණගත කිරීමෙන් අඩු නොවන බව තවදුරටත් දී ඇත. $m \geq 20$ බව පෙන්වන්න.

***