

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்

අධ්‍යයන පොදු කොටස පත්‍ර (උසස් පොදු) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரம் பரீட்சை (உயர் தரம்) பரීட்சை, 2014 அக்டோபர்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I



පැය තුනයි
 முன்று மணித்தியாலம்
 Three hours

විභාග අංකය

--	--	--	--	--	--	--	--

උපදෙස් :

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
 A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- * A කොටස:
 සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- * B කොටස:
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාවේ පිටතට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රශ්නපතය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்

අධ්‍යයන මාලා සාමාන්‍ය පාල (උසස් පෙළ) විභාගය, 2014 අගෝස්තු
 கல்விப் பரீட்சைத் திணைக்களம் (உயர் தர) பரීட்சை, 2014 அக்டෝபர்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I



B භාගය

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද $f(x) = 3x^3 + 5x^2 + ax - 1$ යැයි ද ගනිමු. $(3x - 1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. a හි අගය සොයන්න.

$f(x)$ යන්න $(3x - 1)(x + k)^2$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි k යනු නියතයකි.

ඉහත ප්‍රකාශනයෙහි $3x - 1$ යන්න b හා c නියත වන $b(x + 1) + c$ ආකාරයට ලිවීමෙන්, $f(x)$ යන්න $(x + 1)^3$ න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(b) $a, b, c \in \mathbb{R}$ හා $ac \neq 0$ යැයි ගනිමු. ඉන්‍යය, $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයෙහි මූලයක් භාවිත බව පෙන්වන්න. මෙම සමීකරණයේ මූල α හා β යැයි ද $\lambda = \frac{\alpha}{\beta}$ යැයි ද ගනිමු. $ac(\lambda + 1)^2 = b^2\lambda$ බව පෙන්වන්න.

$p, q, r \in \mathbb{R}$ හා $pr \neq 0$ යැයි ගනිමු. තව ද $px^2 + qx + r = 0$ සමීකරණයේ මූල γ හා δ යැයි ද $\mu = \frac{\gamma}{\delta}$ යැයි ද ගනිමු. $\lambda = \mu$ හෝ $\lambda = \frac{1}{\mu}$ වන්නේ $acq^2 = prb^2$ ම නම් පමණක් බව පෙන්වන්න.

$kx^2 - 3x + 2 = 0$ හා $8x^2 + 6kx + 1 = 0$ සමීකරණවල මූල එක ම අනුපාතයට වන බව දී ඇත; මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ. k හි අගය සොයන්න.

12. (a) පාසල් හයක් තරුණ ක්‍රීඩා සමුළුවකට සහභාගි වන අතර, ක්‍රීඩාව ක්‍රීඩකයකුගෙන්, පාපන්දු ක්‍රීඩකයකුගෙන් හා හොකී ක්‍රීඩකයකුගෙන් සමන්විත ක්‍රීඩකයින් තුන්දෙනකුගෙන් එක් එක් පාසල නියෝජනය කරනු ලබයි. මෙම ක්‍රීඩකයින් අතුරෙන් සාමාජිකයින් හයදෙනකුගෙන් යුත් කමිටුවක් තෝරා ගැනීමට අවශ්‍ය ව ඇත.

(i) එක් එක් ක්‍රීඩාවෙන් ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනකු බැගින් ඇතුළත් කළ යුතු නම්,

(ii) පාසල් හය ම නියෝජනය වන පරිදි, එක් එක් ක්‍රීඩාවෙන් ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනකු බැගින් ඇතුළත් කළ යුතු නම්,

(iii) පාසල් දෙකකින් එක් එක් පාසලෙන් ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනකු බැගින් ද ඉතිරි පාසල් දෙකකින් එක් එක් පාසලෙන් එක ක්‍රීඩකයකු බැගින් ද ඇතුළත් කළ යුතු නම්,

මෙම කමිටුව සැදිය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{r^2 - r - 5}{r(r + 1)(r + 4)(r + 5)}$ යැයි ගනිමු.

$n = 0, 1, 2, 3$ සඳහා r^n හි සංගුණක සැසඳීමෙන්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $r^2 - r - 5 = A(r^2 - 1)(r + 5) - Br^2(r + 4)$ වන පරිදි A හා B නියත පවතින බව පෙන්වන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r + 1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = -\frac{n}{(n + 1)(n + 5)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අනන්ත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව තවදුරටත් පෙන්වා, එහි ඵලකාය සොයන්න.

ඒ හැරී, $\sum_{r=3}^{\infty} 3U_r$ සොයන්න.

13.(a) $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ද $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ද ගනිමු. $A^T A = B$ වන පරිදි a හා b හි අගයන් සොයන්න; මෙහි A^T මගින් A න්‍යාසයෙහි පෙරළීම දැක්වේ.

$C = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ හා $X = \begin{pmatrix} u \\ u+1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $u \in \mathbb{R}$ වේ. $CX = \lambda BX$ යැයි ද ගනිමු; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. λ හි අගය හා u හි අගය සොයන්න.

λ හි මෙම අගය සඳහා $C - \lambda B$ න්‍යාසය සොයා, එහි ප්‍රතිලෝමය නොපවතින බව පෙන්වන්න.

(b) $z \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $|1 - z|^2 = 1 - 2\text{Re}z + |z|^2$ බව හා

(ii) $z \neq 1$ සඳහා $\text{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1 - \text{Re}z}{|1-z|^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\text{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{2}$ වන්නේ $|z|=1$ හා $z \neq 1$ ම නම් පමණක් බව අපෝහනය කරන්න.

S යනු, $\text{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{2}$ හා $-\frac{\pi}{3} < \text{Arg} z < \frac{\pi}{3}$ යන අවශ්‍යතා දෙක ම සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවලින් සමන්විත කුලකය යැයි ගනිමු. S හි සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය ආගන්ථ සටහනක අඳින්න.

z යන්න S තුළ වේ නම් හා $\text{Re}z + \text{Im}z = \frac{1}{\sqrt{2}}$ නම්, $z = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ බව පෙන්වන්න.

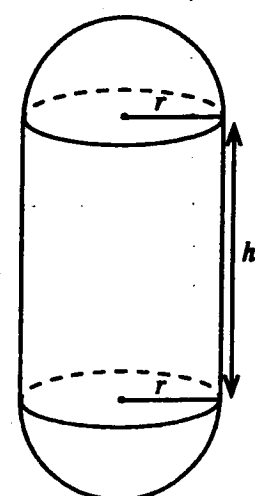
14.(a) $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{8x}{(x+1)(x^2+3)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq -1$ සඳහා $f'(x) = \frac{8(1-x)(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$ බව පෙන්වන්න.

හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y=f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$y=f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන් $(x+1)(x^2+3) = 16x$ සමීකරණයේ විසඳුම් ගණන සොයන්න.

(b) අරය මීටර r වූ කුහර අර්ධ ගෝල දෙකක්, එම අරය ම සහිත උස මීටර h වූ සෘජු වෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයකට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දෘඪ ලෙස සම්බන්ධ කිරීමෙන් කුහර සංයුක්ත වස්තුවක් සෑදිය යුතු වේ. සංයුක්ත වස්තුවේ මුළු පරිමාව $36\pi \text{ m}^3$ වේ. $h = \frac{108 - 4r^3}{3r^2}$ බව පෙන්වන්න.



ද්‍රව්‍ය සඳහා යන වියදම සිලින්ඩරාකාර පෘෂ්ඨය සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 300 ක් ද අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨ සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 1000 ක් ද වේ. මෙම සංයුක්ත වස්තුව සෑදීමට අවශ්‍ය

ද්‍රව්‍ය සඳහා යන මුළු වියදම රුපියල් C යන්න $0 < r < 3$ සඳහා $C = 800\pi \left(4r^2 + \frac{27}{r}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

C අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.

15.(a) $\int \frac{3x+2}{x^2+2x+5} dx$ සොයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_1^{e^x} \cos(\ln x) dx = -\frac{1}{2}(e^x + 1)$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ සූත්‍රය පිහිටුවන්න; මෙහි a යනු නියතයකි.

$p(x) = (x-\pi)(2x+\pi)$ යැයි ද $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{p(x)} dx$ යැයි ද ගනිමු.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{p(x)} dx$ බව පෙන්වන්න.

I සඳහා වූ ඉහත අනුකල දෙක භාවිතයෙන් $I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{p(x)} dx$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ හරහින්, $I = \frac{1}{6\pi} \ln\left(\frac{1}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.

16. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $2x+y=5$ හා $x+2y=4$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව පෙන්වා, මෙම කෝණයේ සම්පූර්ණයේ සමීකරණය සොයන්න.

l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය A යැයි ද $R = \{(x,y) : x+2y \leq 4 \text{ හා } 2x+y \geq 5\}$ යැයි ද ගනිමු. A ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයා, R පෙදෙස xy -තලයෙහි අඳුරු කරන්න.

l_1 හා l_2 රේඛා දෙක ම ස්පර්ශ කරමින් R පෙදෙසෙහි පිහිටන අරය $\sqrt{5}$ ක් වූ S වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2-14x+8y+60=0$ බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ ජාය සඳහා සුපුරුදු සූත්‍රය භාවිතයෙන්, A ලක්ෂ්‍යයේ සිට S වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජායේ සමීකරණය $x-y=10$ බව පෙන්වන්න.

A ලක්ෂ්‍යය ද l_1 හා l_2 සමග S හි ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය ද ඔස්සේ යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

17.(a) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $f(x) = \frac{1-\tan x}{1+\tan^2 x}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $A \cos(2x+\alpha) + B$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $A (> 0)$, B හා $\alpha (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

ඒ හරහින්, $f(x) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ යන සමීකරණය විසඳන්න.

$f(x)$ සඳහා දෙන ලද මුල් ප්‍රකාශනය යොදා ගනිමින් $f(x) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ යන්න $2 \tan^2 x + 4k \tan x - k^2 = 0$ ආකාරයට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $k = 2 - \sqrt{2}$ වේ.

$\tan \frac{\pi}{24} = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$ බව අපෝහනය කරන්න.

තව ද $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $y = 2f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ත්‍රිකෝණයක් සඳහා හරිත් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $a:b:c = 1:\lambda:\mu$ බව දී ඇත; මෙහි λ හා μ යනු නියත වේ. $\mu^2(\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C) = 4\lambda \sin^3 C$ බව පෙන්වන්න.