23135

AL/2019/10/S-I(NEW)

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

නව නිර්දේශය / புதிய பாடத்திட்டம் / New Syllabus

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

2019.08.05 / 0830 - 1140

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස්:

※ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).

※ **A කොටස:**
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.

※ **B කොටස:**
ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.

※ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

※ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.

A කොටස

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(2r-1) = n^2$ බව සාධනය කරන්න.

2. එක ම රූප සටහනක $y=|4x-3|$ හා $y=3-2|x|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $|2x-3|+|x|<3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.
Department of Examinations, Sri Lanka.

විභාග අංකය							

3. ආගන්ඩ් සටහනක, $\text{Arg}(z-2-2i) = -\frac{3\pi}{4}$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $\text{Arg}(z-2-2i) = -\frac{3\pi}{4}$ වන පරිදි $|i\bar{z}+1|$ හි අවම අගය සොයන්න.

4. $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^7$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^6 හි සංගුණකය 35 බව පෙන්වන්න.

ඉහත ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදයක් **නොපවතින** බවත් පෙන්වන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.
Department of Examinations, Sri Lanka.

5. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x-2}-1}{\sin\left(\pi(x-3)\right)} = \dfrac{1}{2\pi}$ බව පෙන්වන්න.

6. $y = \sqrt{\dfrac{x+1}{x^2+1}}$, $x = 0,\ x = 1$ හා $y = 0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x - අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලබයි. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\dfrac{\pi}{4}(\pi + \ln 4)$ බව පෙන්වන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.
Department of Examinations, Sri Lanka.

7. C යනු $t \in \mathbb{R}$ සඳහා $x = at^2$ සහ $y = 2at$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන පරාවලය යැයි ගනිමු; මෙහි $a \neq 0$ වේ. C පරාවලයට $(at^2, 2at)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බ රේඛාවෙහි සමීකරණය $y + tx = 2at + at^3$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
C පරාවලය මත $P \equiv (4a, 4a)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බ රේඛාවට එම පරාවලය නැවත $Q \equiv (aT^2, 2aT)$ ලක්ෂ්‍යයක දී හමු වේ. $T = -3$ බව පෙන්වන්න.

8. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $x + y = 4$ හා $4x + 3y = 10$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. P හා Q ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙක l_1 රේඛාව මත පිහිටා ඇත්තේ මෙම එක් එක් ලක්ෂ්‍යයේ සිට l_2 රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර ඒකක 1ක් වන පරිදි ය. P හි හා Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.

9. $A \equiv (-7, 9)$ ලක්ෂ්‍යය $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
$S = 0$ වෘත්තය මත වූ, A ලක්ෂ්‍යයට ආසන්නතම ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

10. $\theta \neq (2n+1)\pi$ සඳහා $t = \tan\frac{\theta}{2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$ වේ. $\cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න.
$\tan\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.
Department of Examinations, Sri Lanka.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

නව නිර්දේශය / புதிய பாடத்திட்டம் / New Syllabus

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $p\in\mathbb{R}$ හා $0<p\le 1$ යැයි ගනිමු. $p^2x^2+2x+p=0$ සමීකරණයෙහි, 1 මූලයක් **නොවන** බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු මෙම සමීකරණයෙහි මූල යැයි ගනිමු. α හා β දෙකම තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.
p ඇසුරෙන් $\alpha+\beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා

$$\frac{1}{(\alpha-1)}\cdot\frac{1}{(\beta-1)}=\frac{p^2}{p^2+p+2}$$

බව පෙන්වන්න.

$\frac{\alpha}{\alpha-1}$ හා $\frac{\beta}{\beta-1}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $(p^2+p+2)x^2-2(p+1)x+p=0$ මගින් දෙනු ලබන බවත්, මෙම මූල දෙකම ධන වන බවත් පෙන්වන්න.

(*b*) c හා d යනු **නිශ්ශුන්‍ය** තාත්ත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ද $f(x)=x^3+2x^2-dx+cd$ යැයි ද ගනිමු. $(x-c)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $(x-d)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය cd බවත් දී ඇත. c හා d හි අගයන් සොයන්න.
c හා d හි මෙම අගයන් සඳහා, $(x+2)^2$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

12. (*a*) P_1 හා P_2 යනු පිළිවෙළින් $\{A,B,C,D,E,1,2,3,4\}$ හා $\{F,G,H,I,J,5,6,7,8\}$ මගින් දෙනු ලබන කුලක දෙක යැයි ගනිමු. $P_1\cup P_2$ න් ගනු ලබන වෙනස් අකුරු 3 කින් හා වෙනස් සංඛ්‍යාංක 3 කින් යුත්, අවයව 6 කින් සමන්විත මුරපදයක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. පහත එක් එක් අවස්ථාවේ දී සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් මුරපද ගණන සොයන්න:

(i) අවයව 6 ම P_1 න් පමණක් ම තෝරා ගනු ලැබේ,

(ii) අවයව 3 ක් P_1 න් ද P_2 න් අනෙක් අවයව 3 ද තෝරා ගනු ලැබේ.

(*b*) $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r=\frac{1}{r(r+1)(r+3)(r+4)}$ හා $V_r=\frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ යැයි ගනිමු.

$r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r-V_{r+2}=6U_r$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $n\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{5}{144}-\frac{(2n+5)}{6(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

$r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $W_r=U_{2r-1}+U_{2r}$ යැයි ගනිමු.

$n\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}W_r=\frac{5}{144}-\frac{(4n+5)}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{\infty}W_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.

13.(*a*) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -a & 4 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{C}=\begin{pmatrix} b & -2 \\ -1 & b+1 \end{pmatrix}$ යනු $\mathbf{AB}^{\mathrm{T}}=\mathbf{C}$ වන පරිදි වූ න්‍යාස යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$a=2$ හා $b=1$ බව පෙන්වන්න.

තව ද $\mathbf{C}^{-1}$ **නොපවතින** බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{P}=\frac{1}{2}(\mathbf{C}-2\mathbf{I})$ යැයි ගනිමු. $\mathbf{P}^{-1}$ ලියා දක්වා, $2\mathbf{P}(\mathbf{Q}+3\mathbf{I})=\mathbf{P}-\mathbf{I}$ වන පරිදි $\mathbf{Q}$ න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

(*b*) $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\operatorname{Re} z \le |z|$, හා

(ii) $z_2 \ne 0$ සඳහා $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

බව පෙන්වන්න.

$z_1+z_2 \ne 0$ සඳහා $\operatorname{Re}\left(\frac{z_1}{z_1+z_2}\right) \le \frac{|z_1|}{|z_1+z_2|}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$z_1+z_2 \ne 0$ සඳහා $\operatorname{Re}\left(\frac{z_1}{z_1+z_2}\right)+\operatorname{Re}\left(\frac{z_2}{z_1+z_2}\right)=1$ බව සත්‍යාපනය කර,

$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ සඳහා $|z_1+z_2| \le |z_1|+|z_2|$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) $\omega=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{3}\,i\right)$ යැයි ගනිමු.

$1+\omega$ යන්න $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r(>0)$ හා $\theta\left(-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $(1+\omega)^{10}+(1+\bar{\omega})^{10}=243$ බව පෙන්වන්න.

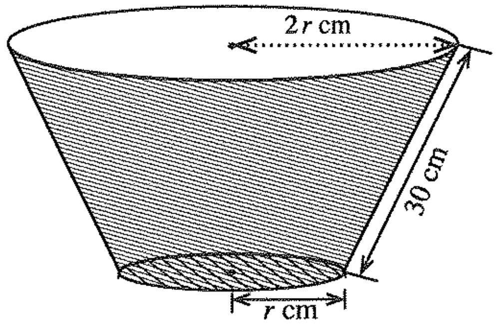
14.(*a*) $x \ne 3$ සඳහා $f(x)=\frac{9(x^2-4x-1)}{(x-3)^3}$ යැයි ගනිමු.

$x \ne 3$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x)=-\frac{9(x+3)(x-5)}{(x-3)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, y – අන්තඃඛණ්ඩය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින්, $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$x \ne 3$ සඳහා $f''(x)=\frac{18(x^2-33)}{(x-3)^5}$ **බව දී ඇත.** $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල x – ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(*b*) යාබද රූපයෙන් පතුලක් සහිත සෘජු වෘත්තාකාර කේතු ඡින්නකයක ආකාරයෙන් වූ බේසමක් පෙන්වයි. බේසමෙහි ඇල දිග 30 cm ක් ද උඩත් වෘත්තාකාර දාරයෙහි අරය පතුලෙහි අරය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. පතුලේ අරය r cm යැයි ගනිමු.



බේසමේ පරිමාව $V\ \mathrm{cm}^3$ යන්න $0<r<30$ සඳහා

$$V=\frac{7}{3}\pi r^2\sqrt{900-r^2}$$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

බේසමේ පරිමාව උපරිම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.
Department of Examinations, Sri Lanka.

15. (*a*) $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = 2\sin^2\theta + 3$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int_3^4 \sqrt{\frac{x-3}{5-x}}\,dx$ අගයන්න.

(*b*) භින්න භාග භාවිතයෙන්, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)}\,dx$ සොයන්න.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \int_3^t \frac{1}{(x-1)(x-2)}\,dx$ යැයි ගනිමු.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \ln(t-2) - \ln(t-1) + \ln 2$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int \ln(x-k)\,dx$ සොයන්න; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

ඒ නයින්, $\int f(t)\,dt$ සොයන්න.

(*c*) a හා b නියත වන $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(a+b-x)\,dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x}\,dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x}\,dx$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x}\,dx$ හි අගය සොයන්න.

16. $12x - 5y - 7 = 0$ හා $y = 1$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන A හි ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

l යනු මෙම රේඛාවලින් සෑදෙන සුළු කෝණයෙහි සමච්ඡේදකය යැයි ගනිමු. l සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

P යනු l මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. P හි ඛණ්ඩාංක $(3\lambda + 1, 2\lambda + 1)$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

$B \equiv (6, 0)$ යැයි ගනිමු. B හා P ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස වූ වෘත්තයෙහි සමීකරණය $S + \lambda U = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $S \equiv x^2 + y^2 - 7x - y + 6$ හා $U \equiv -3x - 2y + 18$ වේ.

$S = 0$ යනු AB විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය බව **අපෝහනය** කරන්න.

$U = 0$ යනු l ට ලම්බව, B හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය බව පෙන්වන්න.

සියලු $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $S + \lambda U = 0$ සමීකරණය සහිත වෘත්ත මත වූ ද B වලින් ප්‍රභින්න වූ ද අචල ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$S = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය, $S + \lambda U = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තයට ප්‍රලම්බ වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.
Department of Examinations, Sri Lanka.

17. (a) $\sin A$, $\cos A$, $\sin B$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වා, $\sin(A-B)$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$$2\sin A\cos B = \sin(A+B)+\sin(A-B) \text{ හා}$$

$$2\cos A\sin B = \sin(A+B)-\sin(A-B)$$

බව **අපෝහනය** කරන්න.

ඒ නයින්, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ සඳහා $2\sin 3\theta\cos 2\theta = \sin 7\theta$ විසඳන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක $BD = DC$ හා $AD = BC$ වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යය AC මත පිහිටා ඇත. $B\hat{A}C = \alpha$ හා $A\hat{C}B = \beta$ යැයි ගනිමු. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+2\beta)$ බව පෙන්වන්න.

$\alpha:\beta = 3:2$ නම්, ඉහත (a) හි අවසාන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $2\tan^{-1}x + \tan^{-1}(x+1) = \frac{\pi}{2}$ විසඳන්න. **ඒ නයින්,** $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$ බව පෙන්වන්න.

***

Department of Examinations, Sri Lanka.
Department of Examinations, Sri Lanka.