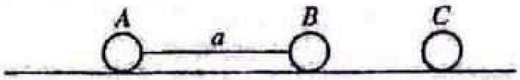
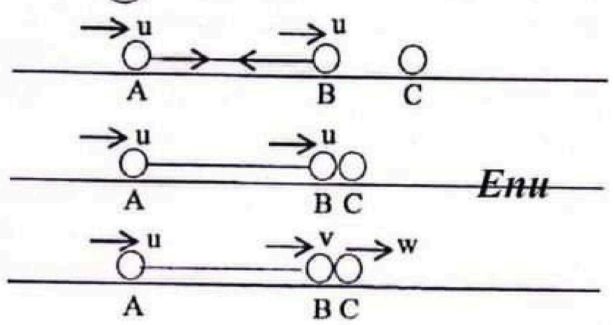
**1.** එක එකක ස්කන්ධය $m$ වූ $A$, $B$ හා $C$ අංශු තුනක් සුමට තිරස් මේසයක් මත සරල රේඛාවක $A$ හා $B$ එකිනෙකට $a$ දුරින්, දිග $a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් යා කර රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි තබා ඇත.




$B$ අංශුවට $\overrightarrow{AB}$ දිශාවට ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ ආවේගයෙන් මොහොතකට පසුව $B$ හි ප්‍රවේගය $u$ වන පරිදි ය. $C$ සමග ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු, $B$ හි ප්‍රවේගය $\overrightarrow{AB}$ දිශාවට $\frac{1}{2}(1-e)u$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $e$ යනු $B$ හා $C$ අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.
මෙම ගැටුමෙන් පසුව, $A$ ට $B$ සමග ගැටීම සඳහා ගතවන කාලය ද සොයන්න.

5




පෙර $\rightarrow u_1$ $\rightarrow u_2$
(A) (B).
පසු $\rightarrow v_1$ $\rightarrow v_2$.
$v_2 - v_1 = e(u_1 - u_2)$

A සහ C සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්,

$\rightarrow \quad 0 = mv + mw - mu$ $\cancel{5}$

$\therefore v + w = u$ ............... (1) 5

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමය යෙදීමෙන්,

$w - v = eu$ ............... (2) 5

$\rightarrow v \quad \rightarrow u$
$\rightarrow -w - v = eu.$
$w + v = -eu.$

$(1) - (2): \; 2v = u - eu$

$\therefore v = \frac{1}{2}(1-e)u$ 5

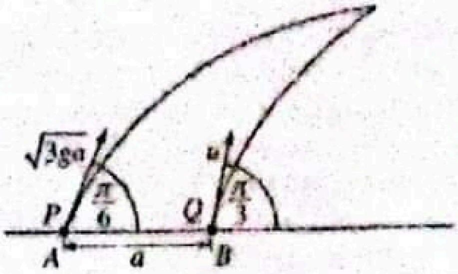
අවශ්‍ය කාලය $= \dfrac{a}{u-v}$

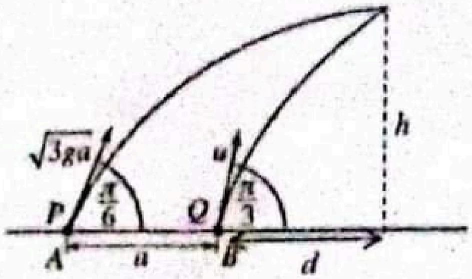
$= \dfrac{2a}{(1+e)u}$. 5

$V_{A,B} = u - v$.

25

2. A හා B යනු තිරස් ගෙබිමක් මත AB = a වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍යවලින් එකම මොහොතකදී AB මගින් අඩංගු සිරස් තලයෙහි ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ T කාලයකට පසු අවකාශයේ වූ ලක්ෂ්‍යයකදී ඒවා එකිනෙක හමුවන පරිදි ය. P හා Q හි ආරම්භක ප්‍රවේග රූපයෙහි දී ඇත.
$u = \sqrt{ga}$ බව පෙන්වා, T යන්න a හා g ඇසුරෙන් සොයන්න.




$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ :

$P \uparrow \quad h = \sqrt{3ga} \cdot \frac{1}{2} \; T - \frac{1}{2}gT^2$ ............ (1) (5)

$Q \uparrow \quad h = u \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T - \frac{1}{2}gT^2$ ··Enu·· (2) (5)

$(1) - (2): \quad u\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,T = \sqrt{3ga} \cdot \frac{1}{2}\,T$ (5)

$\Rightarrow u = \sqrt{ga}$

$P \longrightarrow \quad a + d = \sqrt{3ga}\;\frac{\sqrt{3}}{2}\;T$ — (3)

(5) (for both)

$Q \longrightarrow \quad d = \sqrt{ag} \cdot \frac{1}{2} \cdot T$ — (4)

([illegible])

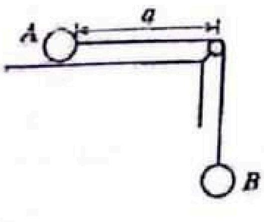
(3)-(4) $\Rightarrow \quad \therefore a + \frac{\sqrt{ag}}{2}\,T = 3\frac{\sqrt{ag}}{2}\,T$

$\Rightarrow a = 2\frac{\sqrt{ag}}{2}\,T$

$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{a}{g}}$ (5)

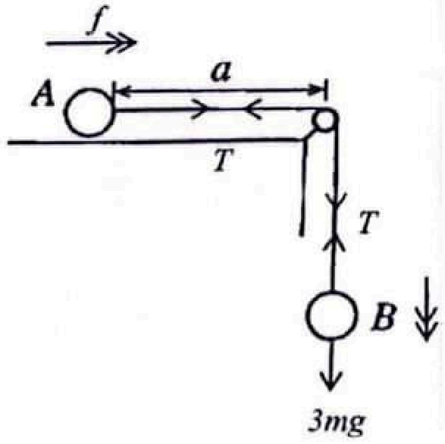
$\boxed{25}$

**3.** ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $m$ හා $3m$ වූ $A$ හා $B$ අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක කෙළවරවලට ඈඳා ඇත. $A$ අංශුව තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලතාවයේ අල්වා තබා ඇති අතර මේසයේ දාරයට සවි කළ කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් තන්තුව දමා ඇත. $B$ අංශුව කප්පියට සිරස්ව පහළින් එල්ලෙයි. $A$ අංශුව කප්පියේ සිට $a$ දුරකින් ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. පසුව එන චලිතයේදී $A$ මත විශාලත්වය $\frac{1}{2}mg$ වූ නියත ඝර්ෂණ බලයක් ක්‍රියාකරයි.




$A$ හි ත්වරණය සොයන්න.

$A$ කප්පියට ළඟාවන විට $A$ හි වේගය ද සොයන්න.



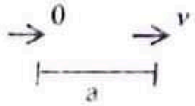

$\vec{F} = m\vec{a}$

$B \;:\; \downarrow 3mg - T = 3mf$ ................(1) 5

$A \;:\; \rightarrow T - \frac{1}{2}mg = mf$ ..Enu....(2) 5

$(1) - (2):\quad \frac{5}{2}mg = 4mf$

$f = \frac{5}{8}g$ 5




$v^2 = u^2 + 2as:$

$v^2 = 2fa.$ 5

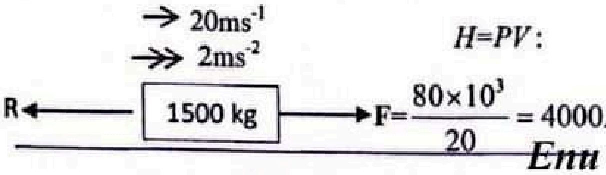
$\therefore v^2 = 2\times\frac{\sqrt{5ag}}{8}.$

$\therefore v = \frac{\sqrt{5ag}}{2}.$ 5

25

Enu

4. ස්කන්ධය 1500 kg වූ කාරයක් 80 kW නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තිරස් මාර්ගයක් මත චලනය වේ. කාරය $20 \text{ m s}^{-1}$ වේගයකින් චලනය වන විට එහි ත්වරණය $2 \text{ m s}^{-2}$ වේ. කාරය, තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ ක ආනතියක් සහිත මාර්ගයක් දිගේ ඉහළට $8 \text{ m s}^{-1}$ වේගයකින් එම නියත ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් එම නියත ප්‍රතිරෝධයටම එරෙහිව චලනය වන විට එහි ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.




$H = PV$ : $F = \frac{80\times10^3}{20} = 4000N$ 5

$\vec{F} = m\vec{a}$: $\rightarrow 4000 - R = 1500 \times 2$ 5

$\therefore R = 1000\text{N}$

$\nearrow F = ma$ :

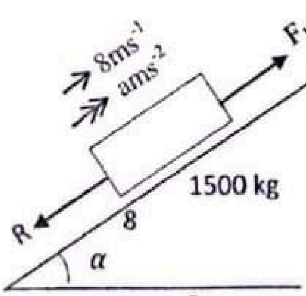
$$10000 - 1000 - 1500\times\frac{2}{3}g = 1500a \quad 10$$

05

$$9000 - 1000g = 1500a$$

05

$$3a = 18 - 2g$$




$H = PV$ : $F_1 = \frac{80\times10^3}{8} = 10000N$ 5

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

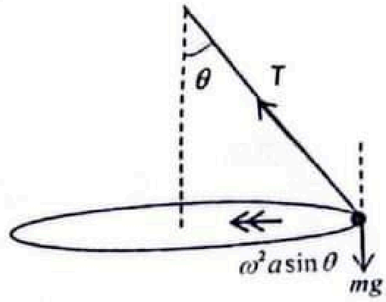


Enu

5. දිග $a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය $m$ වූ අංශුවකට ද ඈඳා ඇත. අංශුව $\omega$ නියත කෝණික වේගයකින් තිරස් වෘත්තයක චලනය වේ. තන්තුව යටි අත් සිරස සමග $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදයි. $\omega>\sqrt{\frac{g}{a}}$ බව පෙන්වන්න.

$\vec{F}=m\vec{a}$

$\uparrow \; T\cos\theta = mg$ ...............(1) 5




$\leftarrow T\sin\theta = m\omega^2 a\sin\theta$ ......(2) 5

$\therefore T = m\omega^2 a$

(1) හා (2) : $\Rightarrow \cos\theta = \frac{g}{\omega^2 a}$ 5

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$, බැවින් $\cos\theta<1.$ 5

$\therefore \frac{g}{\omega^2 a}<1.$

$\therefore \omega > \sqrt{\frac{g}{a}}$ 5

6. [illegible] $O$ [illegible] $A$ [illegible] $B$ [illegible]
$3\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ [illegible] $2\mathbf{i}+4\mathbf{j}$ [illegible] $O$, $A$ [illegible] $B$ [illegible]
$C$ [illegible] $\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{OA}$ [illegible] $\lambda\in\mathbb{R}$ [illegible] $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ [illegible] $\lambda$ [illegible] $\overrightarrow{OC}$ [illegible]
$B\hat{O}C=\frac{\pi}{2}$ [illegible] $\lambda=-\frac{10}{7}$ [illegible]

$3:2\neq 2:4$, [illegible] $O$, $A$ [illegible] $B$ [illegible] (5) Enu

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC} \qquad (5)$$

$$=2\mathbf{i}+4\mathbf{j}+\lambda(3\mathbf{i}+2\mathbf{j})$$

$$\therefore \overrightarrow{OC}=(2+3\lambda)\mathbf{i}+(4+2\lambda)\mathbf{j} \qquad (5)$$

$$B\hat{O}C=\frac{\pi}{2}, \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=0.$$

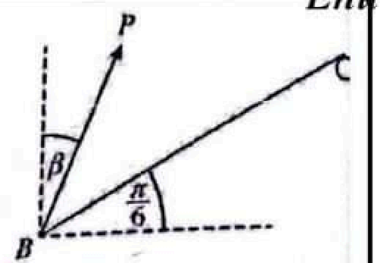
$$\therefore (2\mathbf{i}+4\mathbf{j})\cdot\left((2+3\lambda)\mathbf{i}+(4+2\lambda)\mathbf{j}\right)=0. \qquad (5)$$

$$\therefore 4+6\lambda+16+8\lambda=0.$$

$$\therefore \lambda=\frac{-10}{7}. \qquad (5)$$

25

7. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $AB$ ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි ඉහළ කෙළවර $A$ සුමට නාදැත්තක් මත රඳවා සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ එහි පහළ කෙළවර $B$ ට, සිරස සමග $\beta$ කෝණයක් සාදන, $P$ බලයක් යෙදීමෙනි. දණ්ඩ තිරස සමග $\frac{\pi}{6}$ කෝණයක් සාදයි. $\tan\beta = \frac{\sqrt{3}}{5}$ බව පෙන්වන්න.




$$\triangle BMN;\quad BM = a\cos\frac{\pi}{6} = a\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5)$$

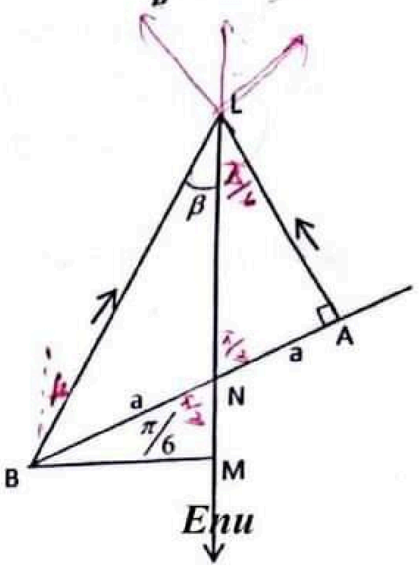
$$MN = a\sin\frac{\pi}{6} = \frac{a}{2} \quad (5)$$

$$\triangle ALN;\quad LN = \frac{a}{\cos\frac{\pi}{3}} = 2a \quad (5)$$

$$\therefore LM = 2a + \frac{a}{2} = \frac{5a}{2}. \quad (5)$$

$$\triangle BLM;\quad \tan\beta = \frac{BM}{LM} = \frac{a\frac{\sqrt{3}}{2}}{5\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{5}. \quad (5)$$

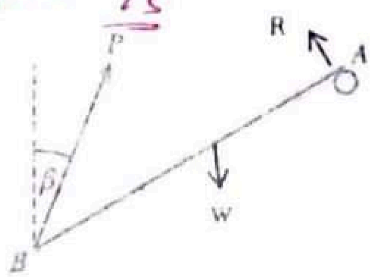
$$\tan\beta = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$




$$(1+1)\cot 60 = 1\cdot\cos\beta - 1\cot 30$$
$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\tan\beta} - \sqrt{3}$$
$$\tan\beta = \sqrt{3}/5$$

වෙනත් ක්‍රමයක්

$$B \circlearrowleft \quad W a\cos\frac{\pi}{6} = R.(2a) \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}W}{4}. \quad (5)$$




$$\uparrow \quad P\cos\beta + R\cos\frac{\pi}{6} = W \quad (5)$$

$$P\cos\beta = W - \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}W}{2} = \frac{5W}{8} \quad (5)$$

$$\rightarrow \quad P\sin\beta = R\sin\frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$$= \frac{\sqrt{3}W}{4}\left(\frac{1}{2}\right)$$

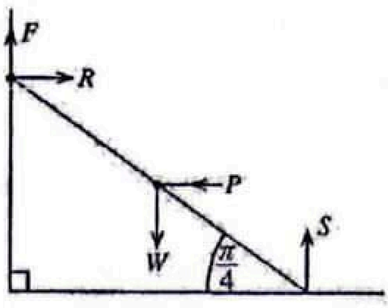
$$= \frac{\sqrt{3}W}{8}$$

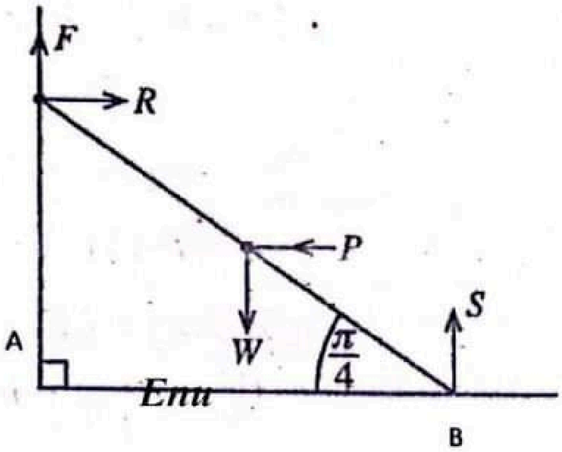
$$\therefore \tan\beta = \frac{\sqrt{3}W}{8} \div \frac{5W}{8} = \frac{\sqrt{3}}{5} \quad (5)$$

cot සූත්‍රය යෙදීමට

25

8. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, බර $W$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර ඉණිමගක් රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව එහි පහළ කෙළවර සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ ඉණිමගේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේදී යෙදූ විශාලත්වය $P$ වූ තිරස් බලයක් මගිනි. ඉණිමග ගෙබිම සමග $\frac{\pi}{4}$ ක කෝණයක් සාදයි. ඉණිමග හා බිත්තිය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{6}$ වේ. $\frac{3W}{4} \le P \le \frac{3W}{2}$ බව පෙන්වන්න.




$\uparrow \quad F + S = W$ (5)

$\leftarrow \quad P = R$ (5)

$A \circlearrowleft \quad W a \cos\frac{\pi}{4} + P \cdot a \cdot \sin\frac{\pi}{4} - S \cdot 2a \cos\frac{\pi}{4} = 0$ (5)

( B ලක්ෂ්‍යය වටා ඝූර්ණ ගත්තත් නිවැරදි (10) - ලකුණු )

$\therefore \quad S = \frac{W+P}{2},$

$F = \frac{W-P}{2}.$

$\frac{1}{6} \ge \frac{|F|}{R}$

$\mu \ge \frac{|F|}{R}$ ආකාරයට ලියා ඇත්නම් - (05)

$\Rightarrow -\frac{1}{6} \le \frac{W-P}{2P} \le \frac{1}{6}$

හෝ

$\Rightarrow -P \le 3(W-P) \le P$

$\Rightarrow \frac{3W}{4} \le P \le \frac{3W}{2}.$ (10)

මාපාංකය සලකා නැතිනම් - (05)

25

Enu

9. $A$ හා $B$ යනු $\Omega$ නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A)=\frac{2}{7}$, $P(A\cup B)=\frac{11}{14}$ හා $P(A'\cup B')=\frac{4}{5}$ බව දී ඇත. $P(B)$ සොයා $A$ හා $B$ ස්වායත්ත සිද්ධි බව පෙන්වන්න.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{11}{14}=\frac{2}{7}+P(B)-\frac{1}{5}.$$

$$\therefore P(B)=\frac{7}{10}. \quad (5)$$

$$P(A\cap B)=1-P(A'\cup B') \underset{(5)}{=} \frac{1}{5} \quad (5)$$

$$\mathrm{P(A)P(B)}=\frac{2}{7}\times\frac{7}{10}=\frac{1}{5}=P(A\cap B). \quad (5)$$

Enu

$\therefore A$ හා $B$ ස්වායත්ත වේ.

$p(A'\cup B') = P(A\cap B)'$
$= 1 - P(A\cap B)$
$\frac{4}{5} = 1 - P(A\cap B)$
$P(A\cap B) = 1/5$
$P(A\cup B) = P(A)+P(B) - P(A$
$\frac{11}{14} = \frac{2}{7} + P(B) - 1/5$
$P(B) = 7/10$
$P(A)\ P(B) = 1/5$

25

10. සිසුන් 100 දෙනෙකු පරීක්ෂණයකදී ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය, පිළිවෙළින් 60 හා 20 වේ. මෙම පරීක්ෂණය සඳහා ලකුණු 56 ක් ලබාගත් සිසුවෙකුගේ z-ලකුණ සොයන්න. මෙම 56 ලකුණ වැරදි ලෙස ඇතුළත් කර ඇති බවත් එය, ඒ වෙනුවට 65 ක් විය යුතු බවත් පසුව සොයා ගන්නා ලදී. මෙම පරීක්ෂණය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යයේ නිවැරදි අගය සොයන්න.

$(\xi)$ ✓ → (5)

$$z=\frac{56-60}{20}=\frac{-4}{20}=\frac{-1}{5}=-0.2 \quad (5)$$

$$60=\mu_{old}=\frac{\sum_{i=1}^{100}x_i}{100} \Rightarrow \left(\sum_{i=1}^{100}x_i\right)_{old}=6000 \quad (5)$$

$$\therefore \mu_{correct}=\frac{\left(\sum_{i=1}^{100}x_i\right)_{correct}}{100}=\underset{(5)}{\frac{6000-56+65}{100}}=\frac{6009}{100}=60.09 \quad (5)$$

$\Sigma x_i = 60\times 100 - 56 + 65.$
$x = 60 + \frac{9}{100} = 60 + 0.09$
$x = 60.09$

25

Enu

11. (a) සෘජු තිරස් මාර්ගයක වූ $O$ ලක්ෂ්‍යයක සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන ආරම්භ කරන $P$ කාරය $2f\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ක නියත ත්වරණයකින් එම මාර්ගයේ වූ $A$ ලක්ෂ්‍යය දක්වා ගමන් කරයි; මෙහි $OA = a$ m වේ. එය $A$ හිදී ලබාගත් ප්‍රවේගය, ගමනේ ඉතිරි කොටස පුරාවටම පවත්වා ගනී. $P$ කාරය $A$ ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන මොහොතේ, තවත් $Q$ කාරයක් එම මාර්ගයේම එම දිශාවටම $O$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන ආරම්භ කර, $f\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ක නියත ත්වරණයකින් චලනය වේ. එකම රූපයක, $P$ හා $Q$ හි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින්, $P$ හා $Q$ හි ප්‍රවේග සමාන වන මොහොත දක්වා $Q$ ගන්නා ලද කාලය $2\sqrt{\dfrac{a}{f}}$ s බව පෙන්වන්න.

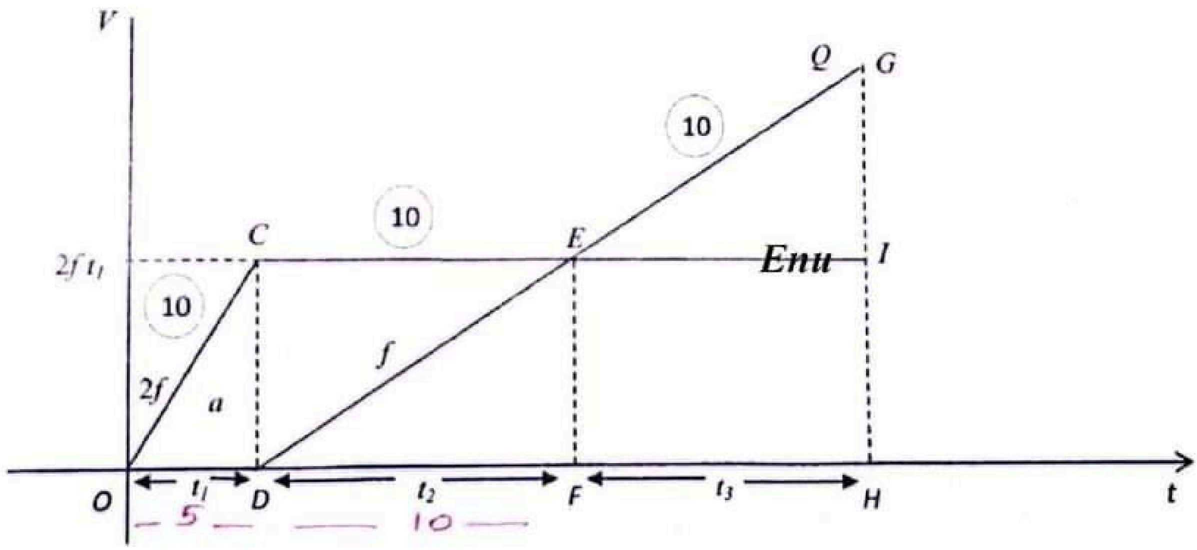
දැන්, $a = 50$ ද $f = 2$ ද හා $Q$ කාරය $P$ කාරය පසු කරන මාර්ගයේ ලක්ෂ්‍යය $B$ යැයි ද ගනිමු.

$AB = 50\left(5+2\sqrt{6}\right)$ m බව පෙන්වන්න.

(b) $P$ නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $60\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ ක ඒකාකාර වේගයකින් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරන අතර, $Q$ නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $30\sqrt{3}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ ක ඒකාකාර වේගයකින් නැගෙනහිර දෙසට යාත්‍රා කරයි. තෙවන $R$ නැවක්, එය $P$ හි සිට නිරීක්ෂණය කරනු ලැබූ විට, නැගෙනහිරින් $30^\circ$ ක් උතුරට වූ දිශාවට චලනය වන ලෙස පෙනෙන අතර, $R$ නැව එය $Q$ හි සිට නිරීක්ෂණය කරනු ලැබූ විට දකුණු දෙසට චලනය වන ලෙස පෙනෙයි. $R$ නැව, පොළොවට සාපේක්ෂව, $60\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ ක වේගයකින් නැගෙනහිරින් $30^\circ$ ක් දකුණට වූ දිශාවට චලනය වන බව පෙන්වන්න.

ආරම්භයේදී $R$ නැව, $P$ ගෙන් 24 km ක් ඈතින්, බටහිරින් $60^\circ$ ක් දකුණට වූ දිශාවෙන් තිබෙන අතර $Q$ ගෙන් 6 km ක් ඈතින් බටහිර දිශාවෙන් තිබේ යැයි සිතමු. $P$ හා $R$, ඒවා අතර කෙටිම දුරින් පිහිටන විට $Q$ හා $R$ අතර දුර 12 km ක් බව පෙන්වන්න.

(a)




30

$\Delta$ OCD :

$\frac{1}{2}(t_1)(2f\ t_1) = a$ (5)

$\Rightarrow \quad t_1^2 = \frac{a}{f}$

$\therefore \quad t_1 = \sqrt{\frac{a}{f}}$ as $t_1 > 0.$ (5)

$\Delta$ DEF :

$f = \frac{2f\ t_1}{t_2}.$ (5)

$\therefore t_2 = 2t_1.$

$= 2\sqrt{\frac{a}{f}}$ (5)

20

$a = 50,\ \ f = 2.$

$t_1 = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5 \qquad t_2 = 10.$ (5)

area of $OCED$ = area of $EGI$.

$\therefore \frac{1}{2}(5+10)(2\cdot 2\cdot 5) = \frac{1}{2} + 3\cdot 2t_3$ (5)

$t_3^2 = 150$

$t_3 = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}.$ (5)

15

$AB = \frac{1}{2}(t_2 + t_3)(2f\ t_1 + f\ t_3)$ (5)

$= \frac{1}{2}\left(10 + 5\sqrt{6}\right)\left(5\times 2 + 5\sqrt{6}\right)\cdot(2) = 50\left(5 + 5\sqrt{6}\right)$ (5)

10

(*b*)

$$\left.\begin{aligned} &\underline{V}(P,E) = \downarrow 60 \\ &\underline{V}(Q,E) = \rightarrow 30\sqrt{3} \\ &\underline{V}(R,P) = \nearrow 30^0 \\ &\underline{V}(R,Q) = \downarrow \end{aligned}\right] \quad 10$$

මනකට - 05

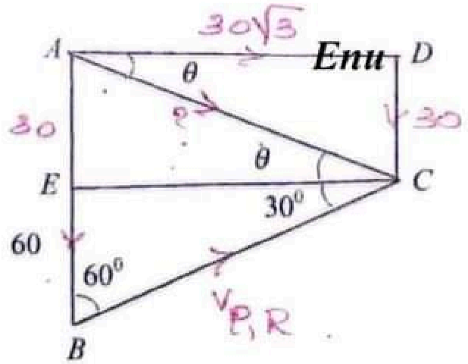
රූපයේ ලකුණු කර තිබීමට 10

$$\begin{aligned} \underline{V}(R,E) &= \underline{V}(R,P) + \underline{V}(P,E) \\ &= \underline{V}(P,E) + \underline{V}(R,P) \\ &= \underline{V}(R,P) + \underline{V}(P,E) \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC}. \end{aligned}$$

$\triangle ABC$ 15

$$\begin{aligned} \underline{V}(R,E) &= \underline{V}(R,Q) + \underline{V}(Q,E) \\ &= \underline{V}(Q,E) + \underline{V}(R,Q) \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

$\triangle ADC$ 15




$$BE = 30\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$= 30.$$

$$\therefore AE = 30.$$

$$CE = 30\sqrt{3}.$$

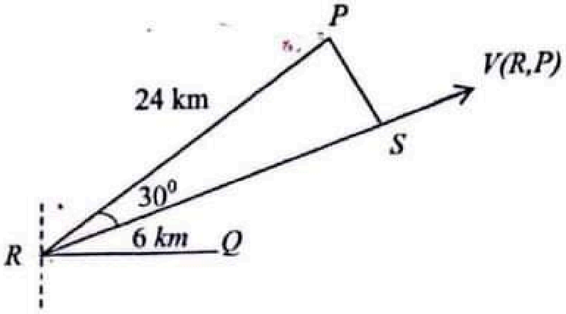
$$\tan\theta = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 5$$

$$\therefore \theta = 30^0 \quad 5$$

$$V^2 = \left(30\sqrt{3}\right)^2 + 30^2 \quad (5)$$
$$V^2 = 30^2(4)$$
$$\therefore V = 60\text{ms}^{-1} \quad (5)$$

60

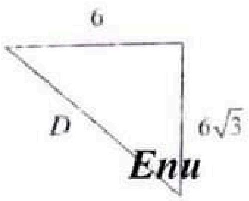
---




$$RS = 24000\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 12000\sqrt{3}$$
$$t = \frac{12000\sqrt{3}}{60}$$
$$= 200\sqrt{3}\ \text{S} \quad (5)$$

Let $d = 30 \times 200\sqrt{3} = 6000\sqrt{3}$
$= 6\sqrt{3}km$ (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය දුර $D$ km දෙනු ලබන්නේ

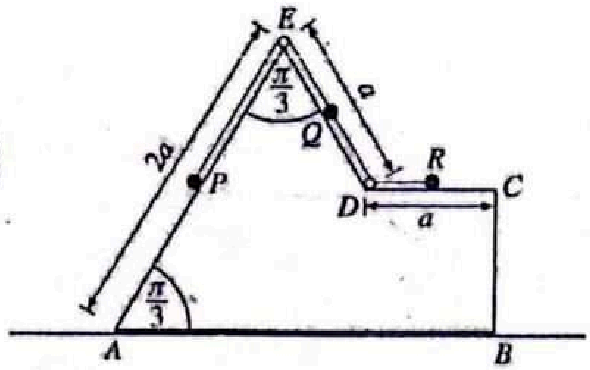



$$D^2 = 6^2 + 6^2(3).$$
$$= 6^2(4)$$
$$\therefore D = 12\text{ km.} \quad (5)$$

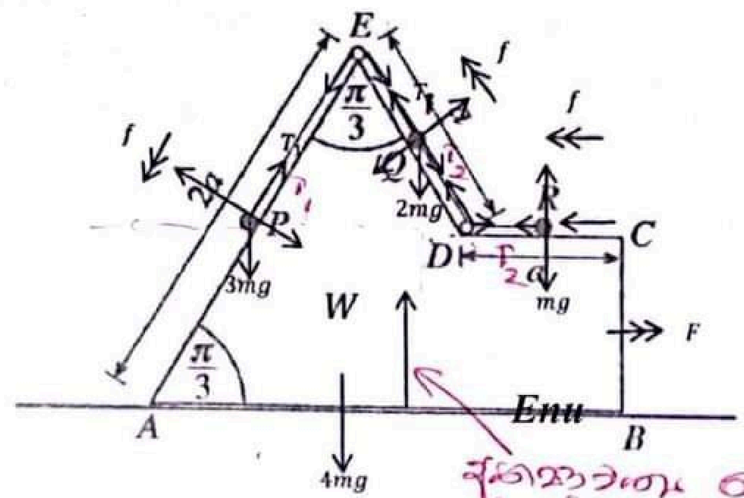


---

12.(*a*) ස්කන්ධය $4m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා වූ $ABCDE$ සිරස් හරස්කඩ රූපයෙන් පෙන්වා ඇත. $AB$ අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇත. $AE$ හා $ED$ ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. තවද, $AE = 2a$, $ED = a$, $DC = a$ හා $E\hat{A}B = A\hat{E}D = \frac{\pi}{3}$ වේ. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $3m, 2m$ හා $m$ වන $P, Q$ හා $R$ අංශු තුනක් $AE, ED$ හා $DC$ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන්හි තබා ඇත. $P$ හා $Q$ අංශු, $E$ හිදී කුට්ටියට සවිකර ඇති සුමට සැහැල්ලු කුඩා කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇති අතර, $Q$ හා $R$ අංශු, $D$ හිදී කුට්ටියට සවිකර ඇති සුමට සැහැල්ලු කුඩා මුදුවක් තුළින් යන තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පිහිටුමේදී තන්තුව තදව තිබෙන අතර මෙම පිහිටුමේ සිට පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. $Q$ අංශුව $E$ වෙත ළඟා වීමට ගන්නා කාලය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.




(*a*)




(10) for the forces.

අභිලම්බ [illegible] නොවේ. ($R_1$, $R_2$)

$\vec{V}(W,E) = \rightarrow F$

$\vec{V}(P,W) = \swarrow f.$

එවිට $\vec{V}(Q,W) = \nwarrow f$ (5)

$\vec{V}(R,W) = \leftarrow f$ (5)

$F_1$, $F_2$ ත්වරණ [illegible] ලෙස [illegible] ගන්න. එවිට [illegible] [illegible] ලිවිය යුතුය.

$\underline{F} = m\underline{a}$ :

$P$: $\swarrow 3mg\cos\frac{\pi}{6} - T_1 = 3m(f - F\cos\frac{\pi}{3})$ (15)

$Q$: $\nwarrow T_1 - T_2 - 2mg\cos\frac{\pi}{6} = 2m(f - F\cos\frac{\pi}{3})$ (15)

[illegible] [illegible] [illegible] කරන්න.

$R$: $\leftarrow T_2 = m(f - F)$ (10)

[illegible] $T$ නම් [illegible] කරන්න.

පද්ධතියට

$\rightarrow$

$$0 = 4mF + m(F - f) + 2m(F - f\cos\frac{\pi}{3}) + 3m(F - f\cos\frac{\pi}{3}) \quad (20)$$

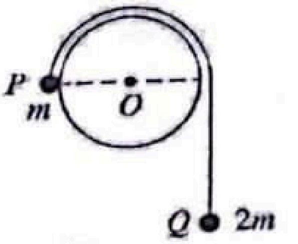
$Q$: $\nwarrow s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{2}ft^2. \quad (10) \text{ or }$$

90



(b) අරය $a$ වූ සිලින්ඩරයක් එහි අක්ෂය තිරස්ව සවි කර ඇති අතර එහි අක්ෂයට ලම්බක සිරස් හරස්කඩක් යාබද රූපයෙන් දැක්වේ. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් යා කළ ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $m$ හා $2m$ වූ $P$ හා $Q$ අංශු දෙකක් තන්තුව තදව ද $OP$ තිරස්ව ද ඇතිව රූපයේ පෙන්වා ඇති පිහිටුමෙහි අල්වා තබා නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. $Q$ අංශුව සිරස්ව පහළට චලනය වන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, $\overrightarrow{OP}$ යන්න $\theta$ $(0 \le \theta \le \frac{\pi}{6})$ කෝණයකින් හැරුණු විට $P$ හි වේගය $v$ යන්න $v^2 = \frac{2ga}{3}(2\theta - \sin\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



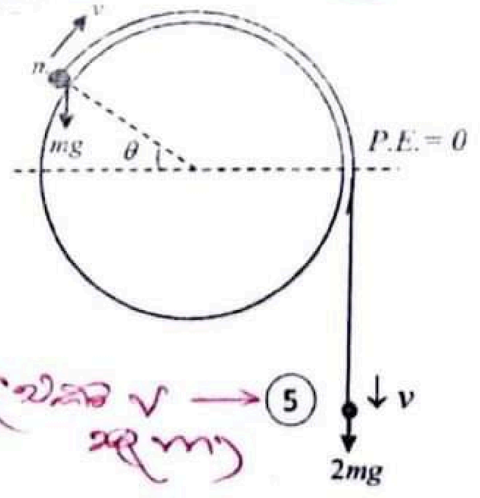

$\theta = \frac{\pi}{6}$ විට තන්තුව කපා දමන අතර, $P$ අංශුව සිලින්ඩරය මත චලනය වෙමින් සිලින්ඩරයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වීමට පෙර ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත් වන බව දී ඇත. පසුව එන චලිතයේදී, $P$ එහි ආරම්භක පිහිටුමේ සිට $a$ දුරක් සිරස්ව පහළින් වන විට, $P$ හි වේගය සොයන්න.

(b) ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්,

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}2mv^2 + mga\sin\theta - 2ma\theta g = 0. \quad (25)$$

$$\Rightarrow 3v^2 = 2ag(2\theta - \sin\theta)$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2ag}{3}(2\theta - \sin\theta). \quad (5)$$



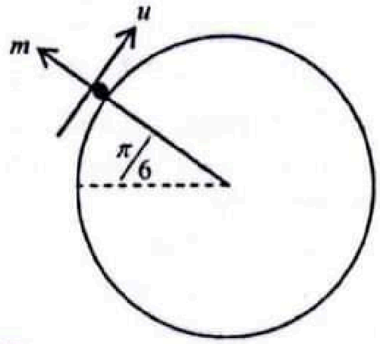

(5)

35

Enu

$v=u$ when $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ is given by $u^2=\dfrac{2ag}{3}\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{1}{2}\right)$. 10

$=\dfrac{ag}{9}(2\pi-3).$




ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්,

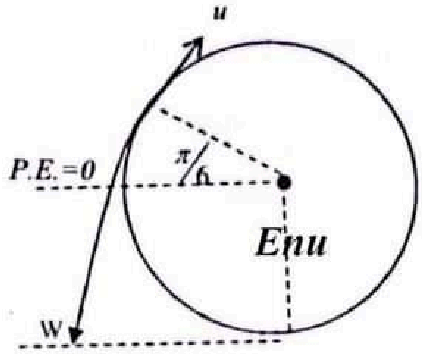
$$\frac{1}{2}mw^2-mga=mg\frac{a}{2}+\frac{1}{2}mu^2$$ 10 or 00

$$\frac{1}{2}mw^2=\frac{3mga}{2}+\frac{1}{2}m\frac{ag}{9}(2\pi-3)$$

$$\frac{1}{2}mw^2=\frac{1}{2}mag\left[3-\frac{1}{3}+\frac{2\pi}{9}\right]$$

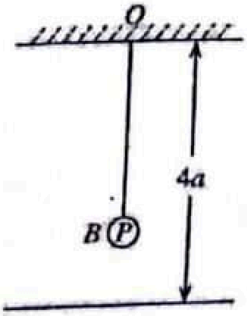
$$w^2=ag\left[\frac{8}{3}+\frac{2\pi}{9}\right]=\frac{ag}{9}[24+2\pi]$$

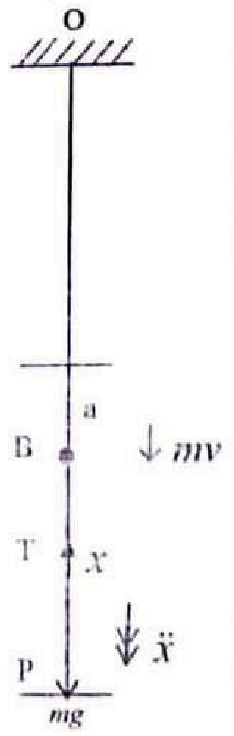
$$w=\frac{\sqrt{2ga(\pi+12)}}{3}.$$ 5




25

13. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක්, සුමට තිරස් ගෙබිමකට $4a$ දුරක් ඉහළින් වූ $O$ අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය $m$ වූ $P$ අංශුවකට ද ඈඳා ඇත. $P$ අංශුව $B$ හි සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. තන්තුවේ විතතිය $a$ බව පෙන්වන්න. දැන්, $P$ හට $mv$ ආවේගයක් සිරස්ව පහළට දෙනු ලැබේ. $P$ හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x}+\omega^2x=0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega=\sqrt{\frac{g}{a}}$ හා $BP=x$ වේ.
$c$ විස්තාරය වන, $\dot{x}^2=\omega^2(c^2-x^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් $v>\sqrt{ag}$ නම්, $P$ ගෙබිමේ වදින බව පෙන්වන්න;
දැන්, $v=3\sqrt{ag}$ යැයි සිතමු.
$P$ ගෙබිමේ වදින ප්‍රවේගය සොයන්න.
$P$ සහ ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e$ වේ. $e<\frac{1}{\sqrt{2}}$ නම්, $P$ අංශුව $O$ ට ළඟා නොවන බව පෙන්වන්න.
$e=\frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට, තන්තුව පළමුවරට බුරුල් වන විට $P$ හි ප්‍රවේගය සොයන්න.
$B$ හිදී $P$ ට ආවේගය දුන් මොහොතේ සිට, එය පළමුවරට ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට ගතවන මුළු කාලය සොයන්න.




සමතුලිත පිහිටුවීමේදී

$$2mg\cdot\frac{x}{2a}=mg. \quad 5$$

$$\therefore\ x=a. \quad 5$$

$\boxed{10}$



$\underline{F}=m\underline{a}$:

$$\downarrow m\ddot{x}=mg-2mg\frac{(a+x)}{2a} \quad 15 \text{ or } 00$$

$$\ddot{x}=-\frac{g}{a}\cdot x \quad 5$$

$$\therefore\ \ddot{x}+\omega^2x=0,\ \text{where}\ \ \omega=\sqrt{\frac{g}{a}}.$$

$\boxed{20}$

$\dot{x} = v$ when $x = 0$

$\therefore v^2 = \omega^2(c^2 - 0)$ (5)

$\therefore v = c\omega$

$\therefore c = \dfrac{v}{\omega}$. (5)

$v \geq \sqrt{ag}$ $c > \sqrt{ag} \cdot \sqrt{\dfrac{a}{g}} = a$ නම් වේ. (10)

∴ අංශුව බිමෙහි ගැටේ.

**20**

---

$x = a$ විට $\dot{x} = u$ යැයි ගනිමු (5)

$u^2 = \dfrac{g}{a}(9a^2 - a^2) = 8ag$, $\because$ $c = \dfrac{v}{w} = 3a$. (10)

$\therefore u = \sqrt{8ag}$. (5)

**20**

---

පොළවේ ගැටීමෙන් මොහොතකට පසු P හි ප්‍රවේගය $= eu \uparrow$. (5)

$\therefore \dot{x} = eu$, when $x = a$.

ස.අ.ච. හි කේන්ද්‍රය වටා සමමිතියෙන් $x = -a$ විට $\dot{x} = eu$. (15)

ගුරුත්වය යටතේ චලිතය සඳහා $v^2 = u^2 + 2as$:

$\uparrow 0 = v_1^2 - 2gs$ (5)

$\therefore s = \dfrac{8e^2ag}{2g} = 4e^2a$ (5)

$e < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ නම් $s < 2a$ බැවින් $P$, O ට ළඟා නොවේ. (10)

$\dot{x} = 2\sqrt{2ga}$.

$\frac{1}{2}m(2e\sqrt{2ga})^2 + \frac{1}{2}2mg(2a)^2$

$= mgh$

$h = 2a(2e^2+1)$

$h < 4a$

$2a(2e^2+1) < 4a$

$e^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow e < \frac{1}{\sqrt{2}}$

**40**

---

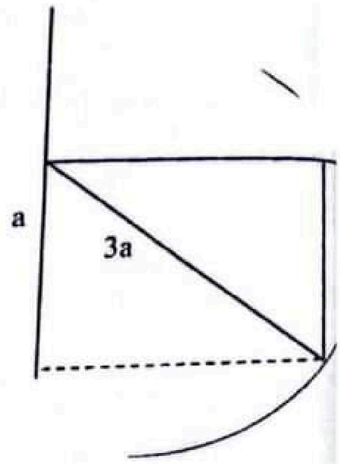
$e = \frac{1}{2}$ විට $v_1 = \sqrt{8e^2ag} = \sqrt{2ag}$ (10)

**10**

---

බිමෙහි ගැටීමට ගතවන කාලය $T_1 = \dfrac{\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{\frac{g}{a}}}$ 10

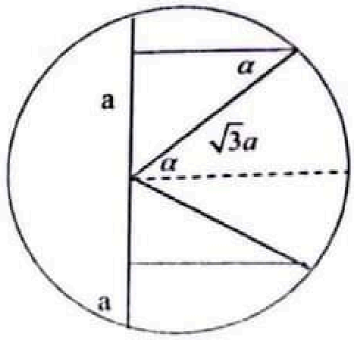
$= \sqrt{\dfrac{a}{g}}\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right)$




$e=\dfrac{1}{2}$ යැයි ගනිමු. එවිට $C_1=\sqrt{3}a$.

ස්වභාවික දිගට ඒමට ගතවන කාලය

$$T_2 = \frac{2\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{\frac{g}{a}}}.$$ 10




ගුරුත්වය යටතේ චලිතයට : ↑ $V = u + at.$

$$T_3 = \frac{\sqrt{2ag}}{g} = \sqrt{\frac{2a}{g}}$$ 5

ගතවුන මුළු කාලය $T_1+T_2+T_3 = \sqrt{\dfrac{a}{g}}\left(\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right)+2\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{2}\right).$ 5

30

14.(*a*) $A, B, C$ හා $D$ ලක්ෂ්‍ය හතරක පිහිටුම් දෛශික, $O$ අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් $\mathbf{a}, \mathbf{b}, 3\mathbf{a}$ හා $4\mathbf{b}$ වේ; මෙහි $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යනු ශූන්‍ය නොවන හා සමාන්තර නොවන දෛශික වේ. $E$ යනු $AD$ හා $BC$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වේ. $OAE$ ත්‍රිකෝණය සඳහා ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමය භාවිතයෙන්,

$\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $\overrightarrow{OE} = \mathbf{a} + \lambda(4\mathbf{b} - \mathbf{a})$ බව පෙන්වන්න.

එලෙසම, $\mu \in \mathbb{R}$ සඳහා $\overrightarrow{OE} = \mathbf{b} + \mu(3\mathbf{a} - \mathbf{b})$ බව ද පෙන්වන්න.

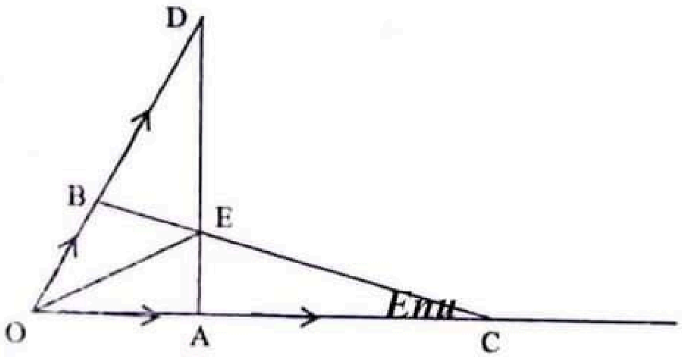
ඒ නයින්, $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{11}(9\mathbf{a} + 8\mathbf{b})$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $\alpha\mathbf{i} + 2\mathbf{j}, -3\mathbf{i} + \beta\mathbf{j}$ හා $\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ යන බල තුන, පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i} + \mathbf{j}, 3\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ වූ ලක්ෂ්‍ය හරහා ක්‍රියාකරයි; මෙහි $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ වේ. මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව දී ඇත. $\alpha$ හා $\beta$ හි අගයන් ද මෙම යුග්මයෙහි ඝූර්ණය ද සොයන්න.

දැන්, $O$ මූලය හරහා ක්‍රියාකරන $3\gamma\mathbf{i} + 4\gamma\mathbf{j}$ අලුත් බලයක් ඉහත බල පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ; මෙහි $\gamma > 0$ වේ. මෙම බල 4 කින් සමන්විත නව බල පද්ධතිය සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

ඊළඟට, පිහිටුම් දෛශිකය $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ වූ ලක්ෂ්‍යය හරහා ක්‍රියාකරන $p\mathbf{i} + q\mathbf{j}$ බලයක් එකතු කළ විට, බල 5 කින් සමන්විත මෙම පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ ඇති බව දී ඇත. $\gamma, p$ හා $q$ හි අගයන් සොයන්න.

(*a*)




$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE}$$
$$= \underline{a} + \lambda\overrightarrow{AD} \quad 5$$
$$= \underline{a} + \lambda\left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD}\right) \quad 5$$
$$= \underline{a} + \lambda\left(4\underline{b} - \underline{a}\right) \quad 5$$

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BE}$$
$$= \underline{b} + \mu\overrightarrow{BC} \quad 5$$
$$= \underline{b} + \mu\left(\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC}\right) \quad 5$$
$$= \underline{b} + \mu\left(3\underline{a} - \underline{b}\right) \quad 5$$

30

$$\therefore\ \underline{a}+\lambda\left(4\underline{b}-\underline{a}\right)=\underline{b}+\mu\left(3\underline{a}-\underline{b}\right) \quad (5)$$

$$\left(1-\lambda\right)\underline{a}+4\lambda\underline{b}=3\mu\underline{a}+\left(1-\mu\right)\underline{b} \quad (5)$$

$$\Rightarrow 1-\lambda=3\mu \ \ \& \ \ 1-\mu=4\lambda \quad (5)$$

$$\therefore\ \lambda=\frac{2}{11} \quad (5)$$

$$\therefore \overrightarrow{OE}=a+\frac{2}{11}(4\underline{b}-\underline{a}) \quad (5)$$

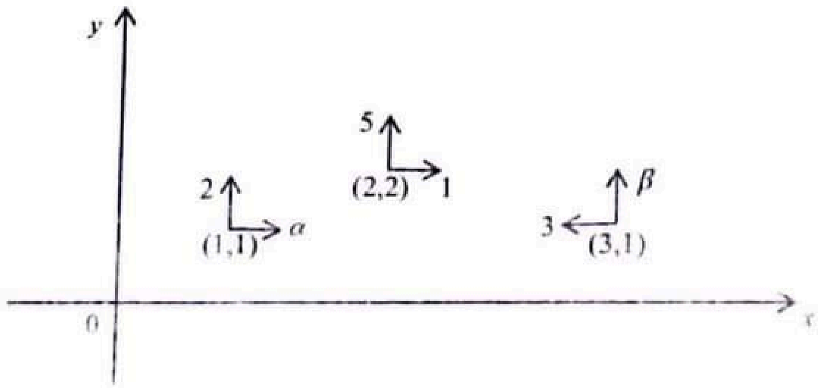
$$=\frac{1}{11}(9\underline{a}+8\underline{b}). \quad (5)$$

60

30



(*b*)




පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බැවින්

$$\rightarrow X=0, \quad \uparrow Y=0 \ \text{ and } \ G\neq 0.$$

$$X=\alpha-3+1=0. \quad (5)$$

$$\Rightarrow \alpha=2 \quad (5)$$

$$Y=2+\beta+5=0. \quad (5)$$

$$\Rightarrow \beta=-7 \quad (5)$$

20

$$O\circlearrowleft\ G=2(1)-2(1)+3(1)-7(3)+5(2)-1(2) \quad (5)$$

$$=3-21+10-2$$

$$=13-23$$

$$=-10. \quad (5)$$

10

Enu

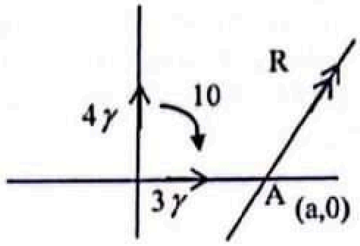
$R^2 = 9\gamma^2 + 16\gamma^2$ (5)

$= 25\gamma^2$

$\therefore R = 5\gamma.$ (5)

$\tan\theta = \frac{4\gamma}{3\gamma} = \frac{4}{3}$ (5)

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ (5)

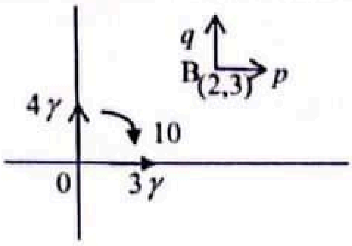



A↻ $4\gamma a = -10$

$\therefore a = \frac{-5}{2\gamma}$ (5)

ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $4x - 3y - \frac{10}{\gamma} = 0.$ (5)

**30**




$\rightarrow p + 3\gamma = 0$ (5) $\qquad \uparrow q + 4\gamma = 0$ (5)

$\therefore p = -3\gamma \qquad \therefore q = -4\gamma$

B↻ $(3\gamma \times 3) - (4\gamma \times 2) - 10 = 0$ (5)

$\therefore \gamma = 10.$ (5)

$\therefore p = -30$ (5) & $q = -40$ (5)

**30**

Enu

වෙනත් ක්‍රමයක්

O↻ $q(2) - 3p - 4r(x) = 0$ (5)

$2q - 3p - 4r\left(\frac{5}{2r}\right) = 0$ (5)

$2q - 3p - 10 = 0$

O↻ $\uparrow q + 4\gamma = 0 \Rightarrow q = -4\gamma$ (5)

$\rightarrow p + 3\gamma = 0 \Rightarrow p = -3\gamma$ (5)

$2(-4\gamma) - 3(-3\gamma) = 10$

$-8\gamma + 9\gamma = 10$

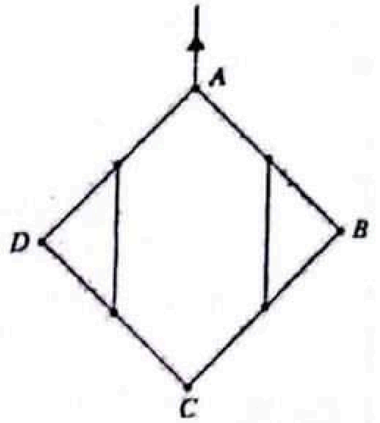
$\gamma = 10$

$p = -30$ (5) & $q = -40$ (5)

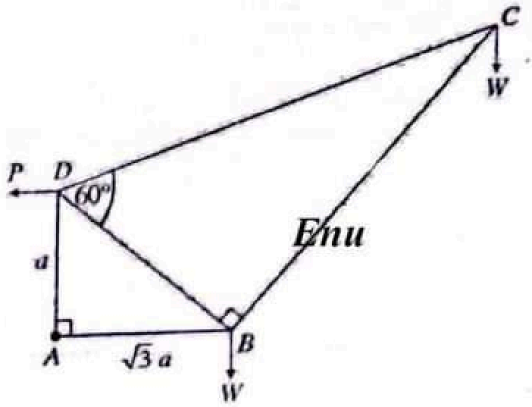
**30**

Enu

**15.** (*a*) එක එකක දිග $2a$ හා බර $W$ වූ $AB$, $BC$, $CD$ හා $DA$ ඒකාකාර දඬු හතරක් ඒවායේ $A$, $B$, $C$ හා $D$ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. $AB$ හා $BC$ හි මධ්‍යලක්ෂ්‍ය දිග $a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් යා කර ඇත. එලෙසම, $AD$ හා $DC$ හි මධ්‍යලක්ෂ්‍ය ද දිග $a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් යා කර ඇත. පද්ධතිය $A$ ලක්ෂ්‍යයෙන් සිරස් තලයක එල්ලා ඇති අතර රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි සමතුලිතතාවේ පවතී. තන්තුවල ආතති ද $BC$ මගින් $AB$ මත $B$ සන්ධියෙහිදී යොදන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.



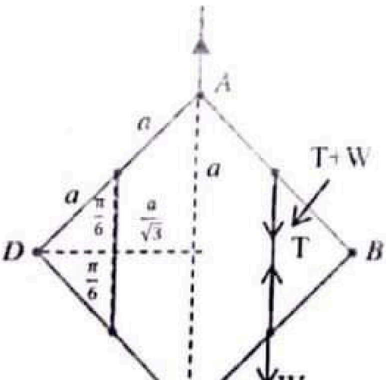

(*b*) රූපයේ දැක්වෙන, $AB$, $BC$, $CD$, $DA$ හා $DB$ සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ල. ඒවායේ අන්තවලදී සුමටව සන්ධි කර ඇත. $AD = a$, $AB = \sqrt{3}\,a$, $B\hat{A}D = 90^\circ$, $C\hat{B}D = 90^\circ$ හා $B\hat{D}C = 60^\circ$ බව ද ඇත. $B$ හා $C$ සන්ධි එක එකක $W$ භාරය බැගින් එල්ලා රාමු සැකිල්ල $A$ හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව සන්ධි කර $AB$ තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ, $D$ සන්ධියෙහිදී යෙදූ තිරස් $P$ බලයක් මගිනි.




(i) $P$ හි අගය සොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, $C$, $B$ හා $D$ සන්ධි සඳහා, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.
**ඒ නයින්**, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

(*a*)




සමමිතියෙන් C හිදී DC මගින් CB මත ප්‍රතික්‍රියාව තිරස් වේ. 5

For $\hat{A}BC$,

$$A\circlearrowright : X \cdot 2a - 2W \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = 0 \quad (5)$$

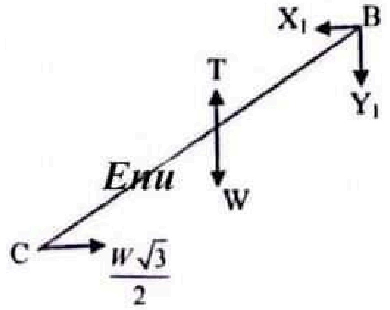
$$X = \frac{\sqrt{3}W}{2} \quad (5)$$

For BC:

$$B\circlearrowright : \frac{W\sqrt{3}}{2} \cdot a + W \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} - T \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = 0 \quad (10)$$

$$T = 2W. \quad (5)$$

For BC:




$$\rightarrow \quad X_1 = \frac{W\sqrt{3}}{2} \; ; \quad (5)$$

$$\uparrow T - W - Y_1 = 0. \quad (5)$$

$$\therefore Y_1 = W \quad (5)$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}W}{2}\right)^2 + W^2}$$

$$= \frac{\sqrt{7}w}{2} \quad (5)$$

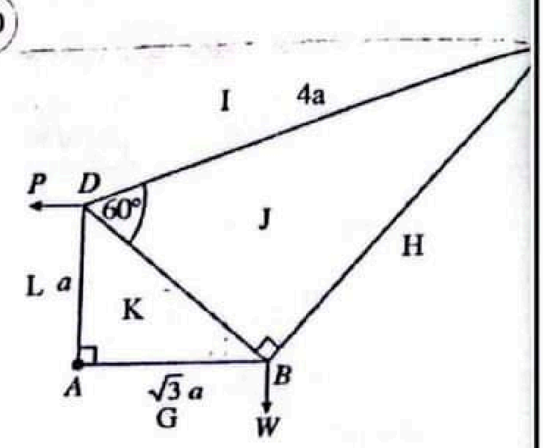
$$\tan\theta = \frac{Y_1}{X_1} - \frac{W}{\frac{W\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

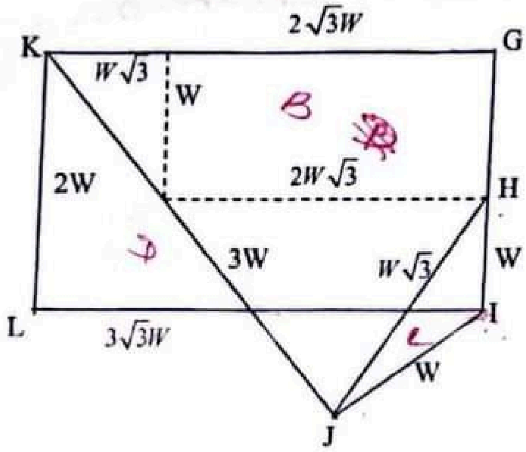
$$\therefore \; \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \quad (5)$$

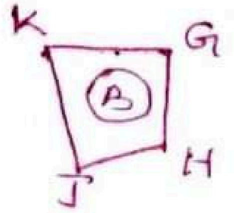
**55**

(b) $A \circlearrowright \quad P \times a - W \times \sqrt{3}a - W \times 2\sqrt{3}a = 0$ (10)

$\therefore \; P = 3\sqrt{3}W.$ (5)



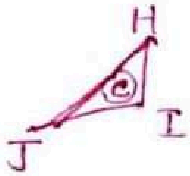



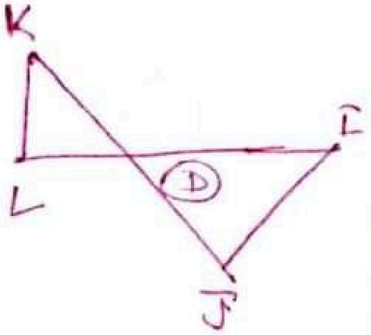




C සන්ධිය: (10)

D සන්ධිය: (10)

B සන්ධිය: (10)




| දණ්ඩ | තෙරපුම | ආතතිය | විශාලත්වය | |
|---|---|---|---|---|
| AB | ✓ | - | P= $3\sqrt{3}W$ | 10 |
| BC | ✓ | - | $\sqrt{3}W$ | 10 |
| CD | - | ✓ | W | 10 |
| BD | - | ✓ | 5W | 10 |
| AD | ✓ | - | 2W | 10 |

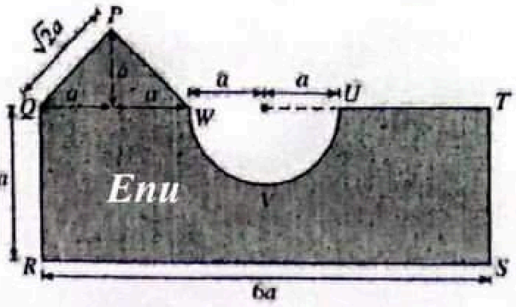
Enu

95

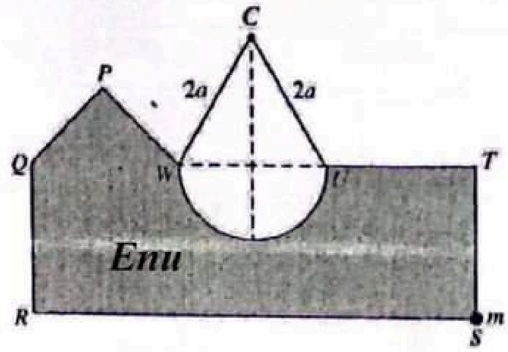
Enu

**16.** අරය $r$ හා කේන්ද්‍රය $O$ වන ඒකාකාර අර්ධවෘත්තාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, $O$ සිට $\frac{4r}{3\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

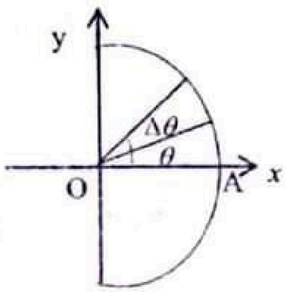
යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $QRST$ සෘජුකෝණාස්‍රයෙන් අරය $a$ වූ අර්ධ වෘත්තයක් ඉවත් කර, සමාන පැතිවල දිග $\sqrt{2}a$ වූ $PQW$ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් එක් කර පෘෂ්ඨික ඝනත්වය $\sigma$ වූ ඒකාකාර තුනී ලෝහ තහඩුවකින් තල ආස්තරයක් සාදා ඇත. $QR = 2a, RS = 6a$ හා $QW = 2a$ වේ. මෙම ආස්තරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය $QR$ සිට $\overline{x}$ දුරකින්ද $RS$ සිට $\overline{y}$ දුරකින්ද පිහිටයි. $\overline{x} = \frac{(74-3\pi)}{(26-\pi)}a$ හා $\overline{y} = \frac{2(15-\pi)}{(26-\pi)}a$ බව පෙන්වන්න.




රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $S$ හිදී ස්කන්ධය $m$ වූ අංශුවක් සවි කළ ඉහත ආස්තරය, කුඩා සුමට අවල $C$ නාදැත්තක් මතින් යන, $U$ හා $W$ ට කෙළවරවල් ඈඳා ඇති දිග $4a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් $RS$ පැත්ත සිරස්ව ඇතිව සමතුලිතතාවේ එල්ලෙයි. $a$ හා $\sigma$ ඇසුරෙන් $m$ හි අගය හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.




සමමිතියෙන් $\overline{y} = 0$ (5)



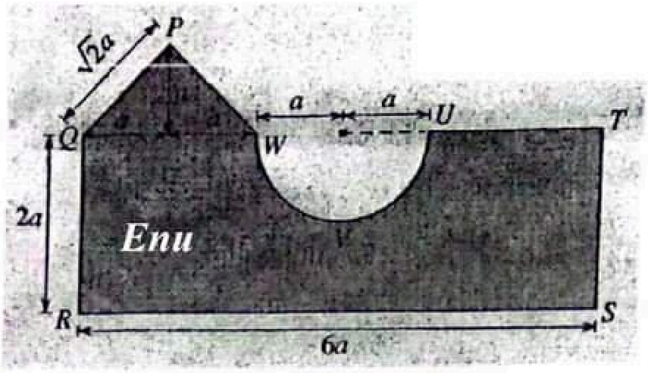

$$\Delta m = \frac{1}{2}r^2\Delta\theta \times \sigma$$

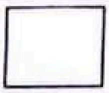
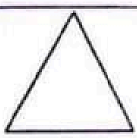
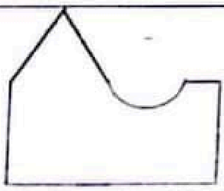
$$\overline{x} = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}r^2\sigma \cdot \frac{2}{3}r\cos\theta d\theta \quad (5)}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}r^2\sigma \cdot d\theta \quad (5)}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}r^3 \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \quad (5)}{\frac{1}{2}r^2\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \quad (5)}$$

$$= \frac{4r}{3\pi} \quad (5)$$

30




| වස්තුව | ස්කන්ධය 05 | QR සිට දුර 05 | RS සිට දුර 05 |
|---|---|---|---|
|  | $12a^2\sigma$ | $3a$ | $a$ |
|  | $\frac{1}{2}\pi a^2\sigma$ | $3a$ | $2a-\frac{4a}{3\pi}$ |
|  | $\frac{1}{2}(2a)a\sigma$ <br> $=a^2\sigma$ | $a$ | $2a+\frac{1}{3}a=\frac{7a}{3}$ |
|  | $12a-\frac{1}{2}\pi i+a^2\sigma$ <br> $\left(13-\frac{\pi}{2}\right)a^2\sigma$ (5) | $\bar{x}$ | $\bar{y}$ |

$$\left(13-\frac{\pi}{2}\right)a^2\sigma\bar{x}=12a^2\sigma(3a)-\frac{1}{2}\pi a^2\sigma(3a)+a^2\sigma(a) \quad (15)$$

$$\Rightarrow \quad (26-\pi)a^2\sigma\bar{x}=72a^3\sigma 3\pi a^3\sigma+2a^3\sigma$$

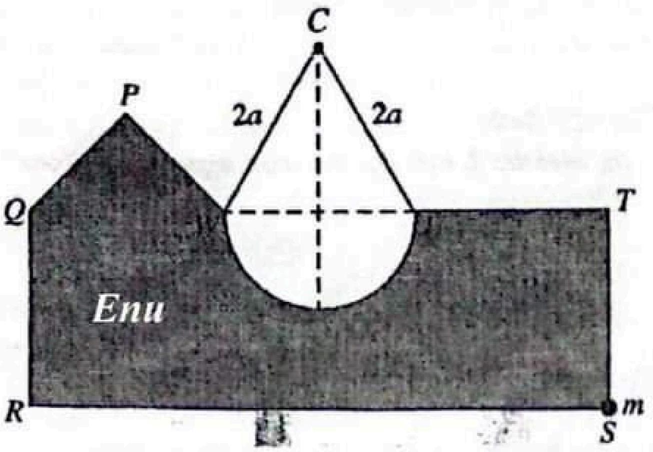
$$\Rightarrow \quad \bar{x}=\frac{(74-3\pi)a}{(26-\pi)} \quad (5)$$

$$\left(13-\frac{\pi}{2}\right)a^2\sigma\bar{y}=12a^2\sigma(a)-\frac{1}{2}\pi a^2\sigma\left(2a-\frac{4a}{3\pi}\right)+a^2\sigma\left(\frac{7a}{3}\right) \quad (15)$$

$$\Rightarrow\left(\frac{26-\pi}{2}\right)a^2\sigma\bar{y}=12a^3\sigma-\pi a^3\sigma+\frac{2a^3\sigma}{3}+\frac{7a^3\sigma}{3} \quad (5)$$

$$=\frac{45a^3\sigma-3\pi a^3\sigma}{3}$$

$$\bar{y}=\frac{2(15-\pi)a}{(26-\pi)} \quad (5)$$




C ↻ :

$$mg(3a) = \left(13 - \frac{\pi}{2}\right)a^2\sigma g(3a - \bar{x}) \quad (10)$$

$$m = \frac{(26-\pi)}{6}a\,\sigma\left(3a - \frac{(74-3\pi)a}{26-\pi}\right) \quad (5)$$

$$= \frac{a^2\sigma}{2}(4a + 3\pi a - 3\pi a)$$

$$m = \frac{2a^2\sigma}{3}. \quad (5)$$

$$\uparrow \quad 2T\cos\frac{\pi}{6} = mg + \left(13 - \frac{\pi}{2}\right)a^2\sigma g \quad (5)$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}\,T = \frac{2}{3}a^2\sigma g + 13a^2\sigma g - \frac{\pi}{2}a^2\sigma g$$

$$= \frac{41a^2\sigma g}{3} - \frac{\pi a^2\sigma g}{2}$$

$$T = \frac{(82-3\pi)a^2\sigma g}{6\sqrt{3}} \quad (5)$$

30

17.(a) $B_1, B_2, B_3$ හා $B_4$ සර්වසම පෙට්ටි හතරක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම පෑන් 4 බැගින් අඩංගු වේ. $k = 1, 2, 3, 4$ සඳහා, එක් එක් $B_k$ පෙට්ටියක රතු පෑන් $k$ හා කළු පෑන් $4 - k$ බැගින් අඩංගු වේ. පෙට්ටි හතරෙන් එක් පෙට්ටියක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන, එම පෙට්ටියෙන් පෑන් 2 ක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් පෑන් දෙක රතු පෑන් වීමේ,

(ii) ඉවතට ගත් පෑන් දෙක රතු පෑන් බව දී ඇති විට, එම පෑන් දෙක $B_4$ පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගෙන තිබීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ හා $\{y_1, y_2, \ldots, y_m\}$ දත්ත කුලකයන්ට එකම මධ්‍යන්‍යය ඇති අතර ඒවායේ සම්මත අපගමන පිළිවෙළින්, $\sigma_x$ හා $\sigma_y$ වේ. $\{x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m\}$ සංයුක්ත දත්ත කුලකයේ විචලතාව $\dfrac{n\sigma_x^2 + m\sigma_y^2}{n+m}$ බව පෙන්වන්න.

කම්හලක නිෂ්පාදිත පොට ඇණවල විෂ්කම්භ පහත වගුවේ සාරාංශගත කර ඇත.

| විෂ්කම්භය (mm) | පොට ඇණ සංඛ්‍යාව (දහසේ ඒවායින්) |
|---|---|
| $2-6$ | 2 |
| $6-10$ | 5 |
| $10-14$ | 8 |
| $14-18$ | 4 |
| $18-22$ | 1 |



ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා විචලතාව නිමානය කරන්න.

අසල ඇති කම්හලක නිෂ්පාදිත වෙනත් පොට ඇණ 40 000 ක විෂ්කම්භවලට එම මධ්‍යන්‍යයම ඇති අතර විචලතාව 22.53 $mm^2$ වේ. කම්හල් දෙකෙහිම නිෂ්පාදිත පොට ඇණවල විෂ්කම්භයන්හි සංයුක්ත විචලතාව නිමානය කරන්න.

(a)

$$P(RR) = P(RR|B_1)P(B_1) + P(RR|B_2)P(B_2) + P(RR|B_3)P(B_3) + P(RR|B_4)P($$

$$= 0 \cdot \frac{1}{4} + \frac{{}^2C_2}{{}^4C_2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{{}^3C_2}{{}^4C_2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{{}^4C_2}{{}^4C_2} \cdot \frac{1}{4} \quad 20$$

$$= \frac{1}{4 \cdot {}^4C_2}[1+3+6]$$

$$= \frac{10}{24} = \frac{5}{12} \quad 5$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} +\right.$$

$$P(B_4|RR) = \frac{P(B_4|RR)P(B_4)}{P(RR)} \quad 10$$

$$\frac{2}{12} + \frac{6}{12} + 1$$

$$= \frac{1 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{5}{12}} \quad 5 \quad 5$$

$$\cancel{12}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 1$$

$$= \frac{12}{20} = \frac{3}{5}. \quad 5$$

60

$$\frac{20}{12} \times \frac{1}{4} =$$

Enu

(b)

$\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ සහ $\{y_1, y_2, \ldots, y_m\}$ දත්ත කුලක එක එකක මධ්‍යන්‍යය $\mu$ යැයි ගනිමු.

එවිට සංයුක්ත දත්ත කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය $\mu$ ම වේ. (5)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \sum_{i=1}^{m} y_i^2}{n+m} - \mu^2 \quad (5)$$

$$= \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\mu^2}{n+m}\right] + \left[\frac{\sum_{i=1}^{m} y_i^2 - m\mu^2}{n+m}\right] \quad (5)$$

$$= \frac{1}{n+m}\left[n\left(\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \mu^2}_{\sigma_x{}^2}\right) + m\left(\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{m} y_i^2}{m} - \mu^2}_{\sigma_y{}^2}\right)\right] \quad (5)$$

$$= \frac{n^{\sigma}x^2 + m^{\sigma}y^2}{n+m} \quad (5)$$

25

Enu

| විෂ්කම්භය (mm) | $f(10^3)$ | මධ්‍ය අගය $x$ | $xf$ | $x^2 f$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 - 6 | 2 | 4 | 8 | 32 |
| 6 - 10 | 5 | 8 | 40 | 320 |
| 10 -14 | 8 | 12 | 96 | 1152 |
| 14 -18 | 4 | 16 | 64 | 1024 |
| 18 -22 | 1 | 20 | 20 | 400 |
| | 20 | | 228 | 2928 |
| | (5) | | (10) | (10) |

මධ්‍යන්‍යය $= \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{228}{20} = 11.4\text{mm}$ (5)

(5)

නිවැරදි නම්

විචලතාව $= \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \mu^2 = \frac{2928}{20} - (11.4)^2 = 146.4 - 129.96$

(5) (5)

$= 16.44\ \text{mm}^2.$

මධ්‍යස්ථය $= 10 + \frac{(10-7)}{8} \times 4$ $\cancel{(5)}$

$= 11.5\text{mm}$ — 05

Enu

Enu

10

සංයුක්ත විචලතාව $= \frac{1}{20+40}\{20\sigma_1^2 + 40\sigma_2^2\} = \frac{1}{60}\{20\times 16.44 + 40\times 22.53\}$ 5

$= 20.5\ \text{mm}^2$

65

---

$\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ $\{y_1, y_2, \ldots y_n\}$

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{m}$

$\bar{x} = \bar{y}$

$\therefore \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{m}$

$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$ $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} y_i^2}{m} - \bar{y}^2}$

සංයුක්ත දත්ත කුලකයේ මධ්‍යනය $\bar{z}$ නම්,

$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{m} y_i}{m+n}$

$= \frac{n\bar{x} + m\bar{y}}{m+n} = \frac{n\bar{x} + m\bar{x}}{m+n} = \frac{\bar{x}(m+n)}{(m+n)}$

Enu

$\bar{z} = \bar{x}$

විචලතාව $= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \sum_{i=1}^{m} y_i^2}{m+n} - \bar{z}^2$

$= \frac{n(\sigma_x^2 + \bar{x}^2) + m(\sigma_y^2 + \bar{y}^2)}{m+n} - \bar{x}^2$

$= \frac{n\sigma_x^2 + \cancel{n\bar{x}^2} + m\sigma_y^2 + m\bar{y}^2 - \cancel{m\bar{x}^2} + \cancel{n\bar{x}^2}}{m+n}$